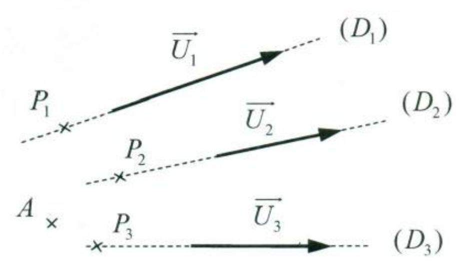
Fiche outil -Produit scalaire

Définition



Le torseur est le représentant d'un ensemble de vecteurs glissants $\left\{\vec{U}\, i, (Di)\right\}$, il est défini par ses deux éléments de réduction :

- $\vec{\boldsymbol{R}}$ **: la résultante du torseur** $\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{U}_i$
- $\overrightarrow{\boldsymbol{M}_A}$ **:le moment au point A du torseur** $\vec{M}_A = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{AP_i} \wedge \vec{U}_i$

On note le torseur :

- En ligne : $\{\boldsymbol{T}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \vec{\boldsymbol{R}} \\ \overrightarrow{\boldsymbol{M}_A} \end{Bmatrix}$
- En colonne, avec les composantes exprimées dans une seule et même base :

$$\{\boldsymbol{T}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \boldsymbol{R}_x & \boldsymbol{M}_{Ax} \\ \boldsymbol{R}_y & \boldsymbol{M}_{Ay} \\ \boldsymbol{R}_z & \boldsymbol{M}_{Az} \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$ ce torseur comporte 6 composantes

Remarque :

- **La résultante $\vec{R}$ du torseur est indépendante du point où est défini le torseur.**
- **Le moment $\vec{M}$ dépend du point où il est exprimé.**

Changement de point d'écriture d'un torseur

Pour déplacer au point B un torseur exprimé en un point A, il faut :

- **Conserver la résultante $\vec{R}$**
- **Déplacer le moment** en utilisant la relation du **champ des moments** :

$$\boxed{\overrightarrow{\boldsymbol{M}_B} = \overrightarrow{\boldsymbol{M}_A} + \overrightarrow{\boldsymbol{BA}} \wedge \vec{\boldsymbol{R}} \text{ (« BABAR »)}}$$

On a donc si $\{\boldsymbol{T}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \vec{\boldsymbol{R}} \\ \overrightarrow{\boldsymbol{M}_A} \end{Bmatrix}$ **alors** $\{\boldsymbol{T}\} = {}_B\begin{Bmatrix} \vec{\boldsymbol{R}} \\ \overrightarrow{\boldsymbol{M}_B} = \overrightarrow{\boldsymbol{M}_A} + \overrightarrow{\boldsymbol{BA}} \wedge \vec{\boldsymbol{R}} \end{Bmatrix} =$

Opération sur les torseurs

Egalité de deux torseurs

Deux torseurs sont égaux s'ils ont mêmes éléments de réductions en **un même point**, réciproquement s'ils ont mêmes éléments de réduction en un point, ils sont égaux.

$$\{\boldsymbol{T}_1\} = \{\boldsymbol{T}_2\} = {}_A\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{R}_{[T_1]}} = \overrightarrow{\boldsymbol{R}_{[T_2]}} \\ \overrightarrow{\boldsymbol{M}_{A[T_1]}} = \overrightarrow{\boldsymbol{M}_{A[T_2]}} \end{Bmatrix}$$

Somme de torseurs

Soit deux torseurs dont les éléments de réductions **en un même point** sont connus alors:

$$\{\boldsymbol{T}_1 + \boldsymbol{T}_2\} = {}_A\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\boldsymbol{R}_{[T_1]}} + \overrightarrow{\boldsymbol{R}_{[T_2]}} \\ \overrightarrow{\boldsymbol{M}_{A[T_1]}} + \overrightarrow{\boldsymbol{M}_{A[T_2]}} \end{Bmatrix}$$

Multiplication par un scalaire

Soient, $\{T\} = {}_A\begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \overrightarrow{M_A} \end{Bmatrix}$et λ un réel alors $\boldsymbol{\lambda}.\{\boldsymbol{T}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\lambda}.\vec{\boldsymbol{R}} \\ \boldsymbol{\lambda}.\overrightarrow{\boldsymbol{M}_A} \end{Bmatrix}$