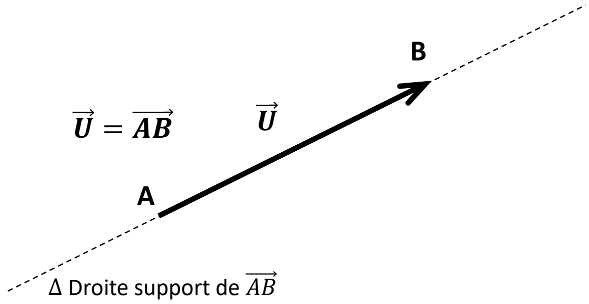
Fiche outil vecteur

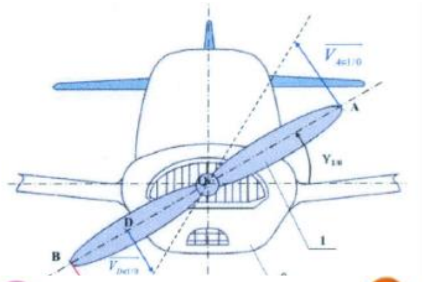
Caractéristiques d'un vecteur

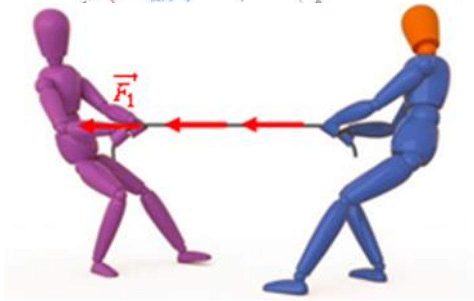


Un vecteur est un segment de droite orienté $\overrightarrow{AB}$
Il est caractérisé par :

- son origine ou point d'application A,
- sa direction : droite ou support à laquelle appartient le segment [AB],
- son sens : celui du mouvement d'un mobile allant de A vers B,
- sa grandeur ou module : notée AB ou $\|\overrightarrow{AB}\|$.

Différents types de vecteurs

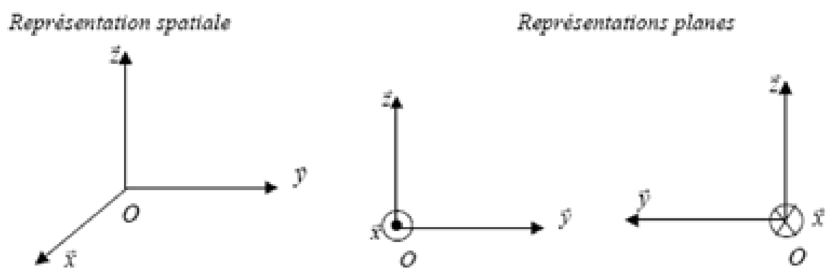


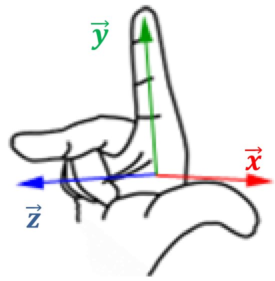


- Vecteur libre: c'est un vecteur dont l'origine est arbitraire,
- **Vecteur lié : c'est un vecteur dont l'origine est fixe,**
  Exemple : le vecteur vitesse d'un point de l'hélice est un vecteur lié.
- **Vecteur glissant : c'est un vecteur qui glisse sur un support,**
  Exemple : l'action exercée par le mannequin sur la corde est un vecteur glissant.
- **Vecteur unitaire : c'est un vecteur de module l'unité $\vec{u}$, $\|\vec{u}\| = 1$**
- Vecteurs équipollents : ce sont des vecteurs qui ont même direction, même sens et même module. Ils coïncident à une translation près.
- Vecteurs opposés : ce sont deux vecteurs de sens contraires. L'opposé de $\vec{V}$ est égale à -$\vec{V}$

Base-Repère

- Une base est un ensemble de 3 vecteurs linéairement indépendants $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.
- Un repère est l'association d'un point d'origine et d'une base. Repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.
- Base et repère orthonormés$(\vec{x} \perp \vec{y} \perp \vec{z})$ avec $\|\vec{x}\| = \|\vec{y}\| = \|\vec{z}\| = 1$.
- Base et repère orthonormés directs : Base et repère orthonormés dont les axes forment un trièdre direct règle des 3 doigts de la main droite.





Composantes d'un vecteur

Soit, un repère orthonormé direct : $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

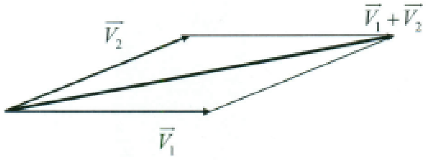
- Le vecteur se note :$\vec{V} = V_x.\vec{x} + V_y.\vec{y} + V_z.\vec{z}$, V_x, V_y et V_z sont les composantes du vecteur
- On peut écrire les composantes :
  - **« En ligne » : $\vec{V} = V_x.\vec{x} + V_y.\vec{y} + V_z.\vec{z}$**
  - **« en colonne » : $\vec{V} = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$** , dans ce cas il est obligatoire, s'il existe plusieurs bases, de préciser **la base d'expression** des composantes.
- $\|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y{}^2 + V_z{}^2}$

Soit un repère orthonormé direct : $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$

- coordonnées du point A : (x_A, y_A, z_A)
- coordonnées du point B : (x_B, y_B, z_b)
- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est défini par ses composantes : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

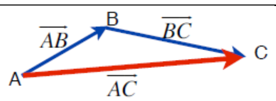
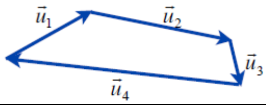
Opération sur les vecteurs

Somme vectorielle

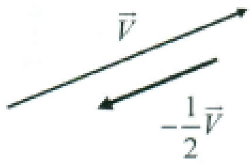


Si $\vec{V}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}_B = x_1.\vec{x} + y_1.\vec{y} + z_1.\vec{z}$ et $\vec{V}_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}_B = x_2.\vec{x} + y_2.\vec{y} + z_2.\vec{z}$

alors $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = \vec{V}_2 + \vec{V}_1 = (x_1 + x_2).\vec{x} + (y_1 + y_2).\vec{y} + (z_1 + z_2).\vec{z} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \\ z_1 + z_2 \end{pmatrix}_B$

Relation de Chasles		*Fermeture*	
	$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$		$\vec{u_1} + \vec{u_2} + \vec{u_3} + \vec{u_4} = \vec{0}$

Multiplication d'un vecteur par un scalaire



Si $\vec{V} = x.\vec{x} + y.\vec{y} + z.\vec{z}$ alors $\lambda.\vec{V} = \lambda.x.\vec{x} + \lambda.y.\vec{y} + \lambda.z.\vec{z}$. Les vecteurs $\vec{V}$ et $\lambda.\vec{V}$ sont des vecteurs colinéaires.

Moment vectoriel d'un vecteur en un point

On considère un vecteur $\vec{u}$ qui a pour origine A.

On appelle moment de ce vecteur par rapport à un point P le vecteur défini par : $\boldsymbol{\overrightarrow{M_P(\vec{u})} = \overrightarrow{PA} \wedge \vec{u}}$

Ce vecteur moment est :

- Perpendiculaire au plan formé par les vecteurs $\vec{u}$ et $\overrightarrow{PA}$
- Sa norme $\left\|\overrightarrow{M_P(\vec{u})}\right\|$ est égale au produit $d.\|\vec{u}\|$ où d est appelé « bras de levier » : $\boldsymbol{\left\|\overrightarrow{M_P(\vec{u})}\right\| = d.\|\vec{u}\|}$