



SYNTHESE

I. Modélisation cinématique des liaisons

Liaison Pivot de centre O et d'axe (O, z)

Translation			Rotation		
Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
0	0	0	0	0	1

Schématisation 3D

2D

2D

Torseur des actions transmissibles

$$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{2 \rightarrow 1} \\ \vec{M}_{P, 2 \rightarrow 1} \end{array} \right\} = \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{cc} X & L_P \\ Y & M_P \\ Z & 0 \end{array} \right\} \\ P \end{array} \left(\underline{\underline{z}} \right)_{(\underline{\underline{z}})}$$

Torseur cinématique

$$\{V_{2/1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{2/1} \\ \vec{V}_{P, 2/1} \end{array} \right\} = \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_z & 0 \end{array} \right\} \\ P \end{array} \left(\underline{\underline{z}} \right)_{(\underline{\underline{z}})}$$

Les torseurs ont la même forme en tout point P de l'axe (O, z) et dans toute base contenant l'axe principal z

Liaison Pivot glissant de centre O et d'axe (O, z)

Translation			Rotation		
Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
0	0	1	0	0	1

Schématisation 3D

2D

2D

Torseur des actions transmissibles

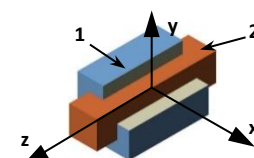
$$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{2 \rightarrow 1} \\ \vec{M}_{P, 2 \rightarrow 1} \end{array} \right\} = \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{cc} X & L_P \\ Y & M_P \\ 0 & 0 \end{array} \right\} \\ P \end{array} \left(\underline{\underline{z}} \right)_{(\underline{\underline{z}})}$$

Torseur cinématique

$$\{V_{2/1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{2/1} \\ \vec{V}_{P, 2/1} \end{array} \right\} = \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_z & V_z \end{array} \right\} \\ P \end{array} \left(\underline{\underline{z}} \right)_{(\underline{\underline{z}})}$$

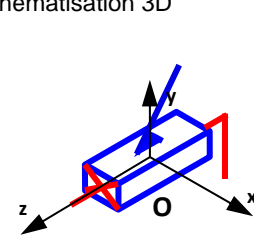
Les torseurs ont la même forme en tout point P de l'axe (O, z) et dans toute base contenant l'axe principal z

Liaison glissière de centre O et de direction \vec{z}

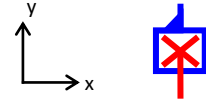


Translation			Rotation		
Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
0	0	1	0	0	0

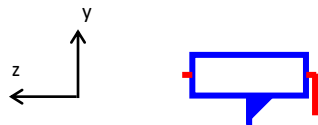
Schématisation 3D



2D



2D



Torseur des actions transmissibles

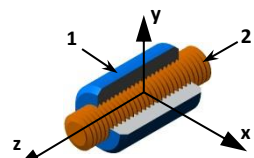
$$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{2 \rightarrow 1} \\ \vec{M}_{P,2 \rightarrow 1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X & L_P \\ Y & M_P \\ 0 & N_P \end{Bmatrix}_{P(_, _, \vec{z})}$$

Torseur cinématique

$$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{2/1} \\ \vec{V}_{P,2/1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & V_z \end{Bmatrix}_{P(_, _, \vec{z})}$$

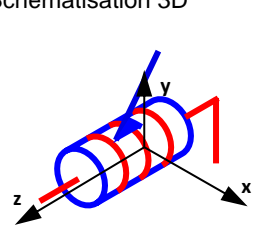
Les torseurs ont la même forme en tout point P de l'espace et dans toute base contenant la direction principale \vec{z}

Liaison hélicoïdale de centre O et d'axe (O, \vec{z})

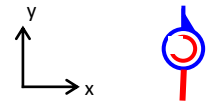


Translation			Rotation		
Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
0	0	1	0	0	1

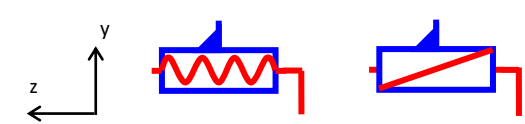
Schématisation 3D



2D



2D



Torseur des actions transmissibles

$$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{2 \rightarrow 1} \\ \vec{M}_{P,2 \rightarrow 1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X & L_P \\ Y & M_P \\ Z & N_P \end{Bmatrix}_{P \in (O, \vec{z})}$$

Avec $N_P = -\frac{p}{2\pi} \cdot Z$, pour un filet à droite
 $p =$ pas de la vis en m

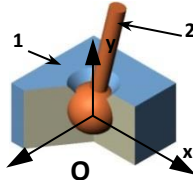
Torseur cinématique

$$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{2/1} \\ \vec{V}_{P,2/1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_z & V_z \end{Bmatrix}_{P \in (O, \vec{z})}$$

Avec $V_z = \frac{p}{2\pi} \cdot \omega_z$, pour un filet à droite
 $p =$ pas de la vis en m

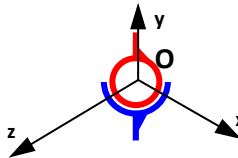
Les torseurs ont la même forme en tout point P de l'axe (O, \vec{z}) et dans toute base contenant l'axe principal \vec{z} . Le signe est fonction du sens de l'hélice (pas à droite ou pas à gauche).

Liaison Sphérique (rotule) de centre O

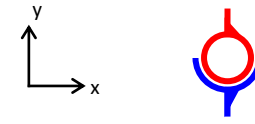


Translation			Rotation		
Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
0	0	0	1	1	1

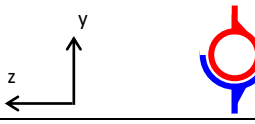
Schématisation 3D



2D



2D



Torseur des actions transmissibles

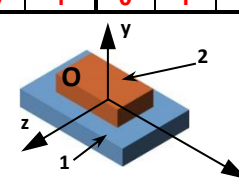
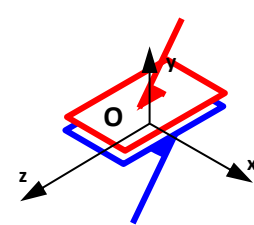


$$\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{2 \rightarrow 1} \\ \vec{M}_{O,2 \rightarrow 1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X & 0 \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_{O(_, _, _)}$$

Torseur cinématique

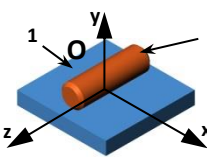
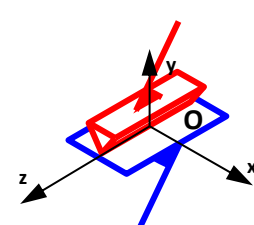


$$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{2/1} \\ \vec{V}_{O,2/1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{O(_, _, _)}$$

Les torseurs doivent être écrit en O centre de la sphère et dans n'importe quelle base.

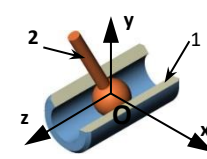
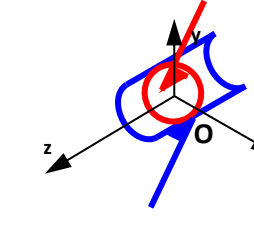
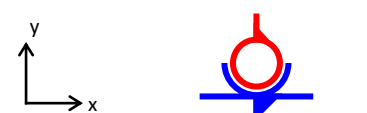
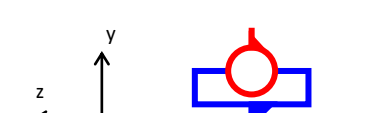
Liaison appui plan de centre O de normale \vec{y}

<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="3">Translation</th> <th colspan="3">Rotation</th> </tr> <tr> <th>Tx</th> <th>Ty</th> <th>Tz</th> <th>Rx</th> <th>Ry</th> <th>Rz</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="color: red;">1</td> <td style="color: red;">0</td> <td style="color: red;">1</td> <td style="color: red;">0</td> <td style="color: red;">1</td> <td style="color: red;">0</td> </tr> </tbody> </table> 	Translation			Rotation			Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz	1	0	1	0	1	0	Schématisation 3D 	2D  2D 
Translation			Rotation																	
Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz															
1	0	1	0	1	0															
Torseur des actions transmissibles $\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{matrix} \vec{R}_{2 \rightarrow 1} \\ \forall P \vec{M}_{P, 2 \rightarrow 1} \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{matrix} 0 & L_P \\ Y & 0 \\ 0 & N_P \end{matrix} \\ \forall P \in (\vec{x}, \vec{z}) \end{matrix}$	Torseur cinématique $\{V_{2/1}\} = \begin{matrix} \vec{\Omega}_{2/1} \\ \forall P \vec{V}_{P, 2/1} \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{matrix} 0 & V_x \\ \omega_y & 0 \\ 0 & V_z \end{matrix} \\ \forall P \in (\vec{x}, \vec{z}) \end{matrix}$																			
Les torseurs ont la même forme en tout point P de l'espace et dans toute base contenant la normale au plan ici \vec{y}																				

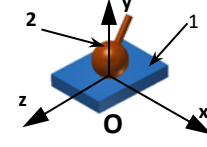
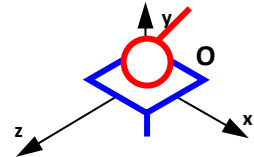
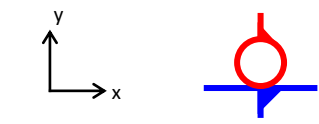

Liaison cylindre plan (linéaire rectiligne) de centre O de d'axe (O, \vec{z}) et de normale \vec{y}

 <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="3">Translation</th> <th colspan="3">Rotation</th> </tr> <tr> <th>Tx</th> <th>Ty</th> <th>Tz</th> <th>Rx</th> <th>Ry</th> <th>Rz</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="color: red;">1</td> <td style="color: red;">0</td> <td style="color: red;">1</td> <td style="color: red;">0</td> <td style="color: red;">1</td> <td style="color: red;">1</td> </tr> </tbody> </table>	Translation			Rotation			Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz	1	0	1	0	1	1	Schématisation 3D 	2D  2D 
Translation			Rotation																	
Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz															
1	0	1	0	1	1															
Torseur des actions transmissibles $\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{matrix} \vec{R}_{2 \rightarrow 1} \\ \forall P \in (O, \vec{y}) \vec{M}_{P, 2 \rightarrow 1} \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{matrix} 0 & L_P \\ Y & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \\ \forall P \in (O, \vec{y}) \end{matrix} \begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{y} \\ \vec{z} \end{matrix}$	Torseur cinématique $\{V_{2/1}\} = \begin{matrix} \vec{\Omega}_{2/1} \\ \forall P \in (O, \vec{y}) \vec{V}_{P, 2/1} \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{matrix} 0 & V_x \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & V_z \end{matrix} \\ \forall P \in (O, \vec{y}) \end{matrix} \begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{y} \\ \vec{z} \end{matrix}$																			
Les torseurs ont la même forme en tout point P sur la droite de contact ici (O, \vec{z}) et la normale à la surface de contact ici \vec{y} .																				

Liaison sphère cylindre (linéaire annulaire) de centre O d'axe (O, \vec{z})

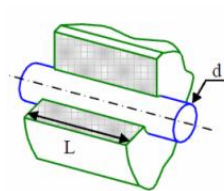
 <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="3">Translation</th> <th colspan="3">Rotation</th> </tr> <tr> <th>Tx</th> <th>Ty</th> <th>Tz</th> <th>Rx</th> <th>Ry</th> <th>Rz</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="color: red;">0</td> <td style="color: red;">0</td> <td style="color: red;">1</td> <td style="color: red;">1</td> <td style="color: red;">1</td> <td style="color: red;">1</td> </tr> </tbody> </table>	Translation			Rotation			Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz	0	0	1	1	1	1	Schématisation 3D 	2D  2D 
Translation			Rotation																	
Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz															
0	0	1	1	1	1															
Torseur des actions transmissibles $\{T_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{matrix} \vec{R}_{2 \rightarrow 1} \\ \forall P \vec{M}_{P, 2 \rightarrow 1} \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{matrix} X & 0 \\ Y & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \\ \forall P \in (O, \vec{z}) \end{matrix}$	Torseur cinématique $\{V_{2/1}\} = \begin{matrix} \vec{\Omega}_{2/1} \\ \forall P \vec{V}_{P, 2/1} \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{matrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & V_z \end{matrix} \\ \forall P \in (O, \vec{z}) \end{matrix}$																			
Les torseurs doivent être écrit en O (centre de la sphère) dans une base dont l'un des vecteurs principal est l'axe, ici \vec{z}																				



Liaison sphère plan (ponctuelle) de centre O et de normale \vec{y}

	Schématisation 3D 	2D  2D 																		
<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="3">Translation</th> <th colspan="3">Rotation</th> </tr> <tr> <th>Tx</th> <th>Ty</th> <th>Tz</th> <th>Rx</th> <th>Ry</th> <th>Rz</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="color: red;">1</td> <td style="color: red;">0</td> <td style="color: red;">1</td> <td style="color: red;">1</td> <td style="color: red;">1</td> <td style="color: red;">1</td> </tr> </tbody> </table>	Translation			Rotation			Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz	1	0	1	1	1	1		
Translation			Rotation																	
Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz															
1	0	1	1	1	1															
Torseur des actions transmissibles $\{T_{2 \rightarrow 1}\}_O = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{2 \rightarrow 1} \\ \vec{M}_{O,2 \rightarrow 1} \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$		Torseur cinématique $\{V_{2/1}\}_O = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{2/1} \\ \vec{V}_{O,2/1} \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & V_z \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$																		
Les torseurs doivent être écrit en O point de contact, et dans toute base contenant la normale au plan de contact, ici \vec{y} .																				

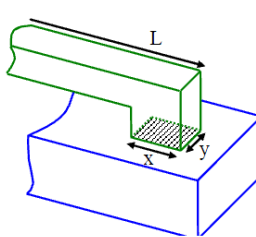
Modélisation des contacts cylindre/cylindre et plan/plan




Cylindre/ cylindre : suivant la longueur du contact le modèle peut changer (cela dépend également du jeu)



$L < 1.5d$ modélisation par une sphère cylindre 
 $L \geq 1.5d$ modélisation par un pivot glissant 

Plan plan : suivant les dimensions de la surface le modèle peut changer



$x \approx y$ modélisation par un appui plan 
 $x \approx 0.1y$ ou $y \approx 0.1x$ modélisation par une linéaire rectiligne 
 x et $y \ll L$ modélisation par une sphère plan 

II. Démarche de réalisation d'un schéma cinématique

Le schéma cinématique est une **représentation minimale**, simplifiée et normalisée d'un mécanisme, qui **ne tient compte ni des formes ni des dimensions**.

Il permet de traduire de façon simple le **fonctionnement cinématique (mouvements) du mécanisme et l'agencement des liaisons**.

Etape 1 : Préciser la phase d'étude

Indiquer dans quelle phase vous étudiez le mécanisme. En effet, certaines pièces (ex : vis...) n'ont pas le même mouvement pendant leur fonctionnement que pendant leur montage ou pendant leur réglage.

Etape 2 : Rechercher les classes d'équivalence cinématiques (CEC)

On appelle classe d'équivalence cinématique, un ensemble de solides n'ayant aucun mouvement relatifs entre eux.

Etape 3 Réaliser le graphe minimum des liaisons (sans liaison en parallèle).

Etape 31 : Entre chaque CEC on s'interroge sur la nature de la liaison, deux approches sont possibles

- Analyse des contacts : Déterminer la nature du contact entre deux solides permet de définir les degrés de liberté donc la liaison correspondante (utile pour les liaisons à fort degré de liberté (sphère plan, sphère cylindre,...))

- Analyse des mouvements : Déterminer les mouvements relatifs possibles entre deux pièces afin de définir la liaison (utile pour les liaisons à faible degré de liberté (pivot, glissière,...)).

Hypothèse : Géométrie parfaite et pas de jeu.

Etape 32 : Réaliser le graphe

Les classes d'équivalences sont représentées par des cercles au centre desquels sont placés des numéros de référence.

Les liaisons sont quant à elles représentées par des arcs joignant deux classes. Les arcs sont enrichis d'un certain nombre d'informations. Classiquement un nom de référence de la liaison, et les caractéristiques géométriques des liaisons.

Etape 4 : Réaliser le schéma cinématique

- Positionner en respectant les proportions, les différentes liaisons.

- Relier tous les éléments de la même couleur.

- Compléter « éventuellement » par quelques traits le schéma pour faciliter la compréhension.

Remarque : Schéma cinématique minimal

Le schéma cinématique minimal est obtenu en remplaçant si possible, les liaisons en séries et ou en parallèles par les liaisons normalisées équivalentes.

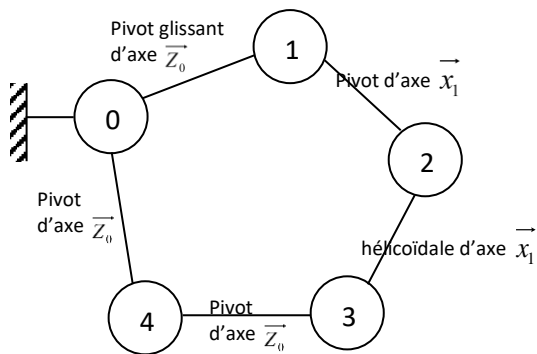
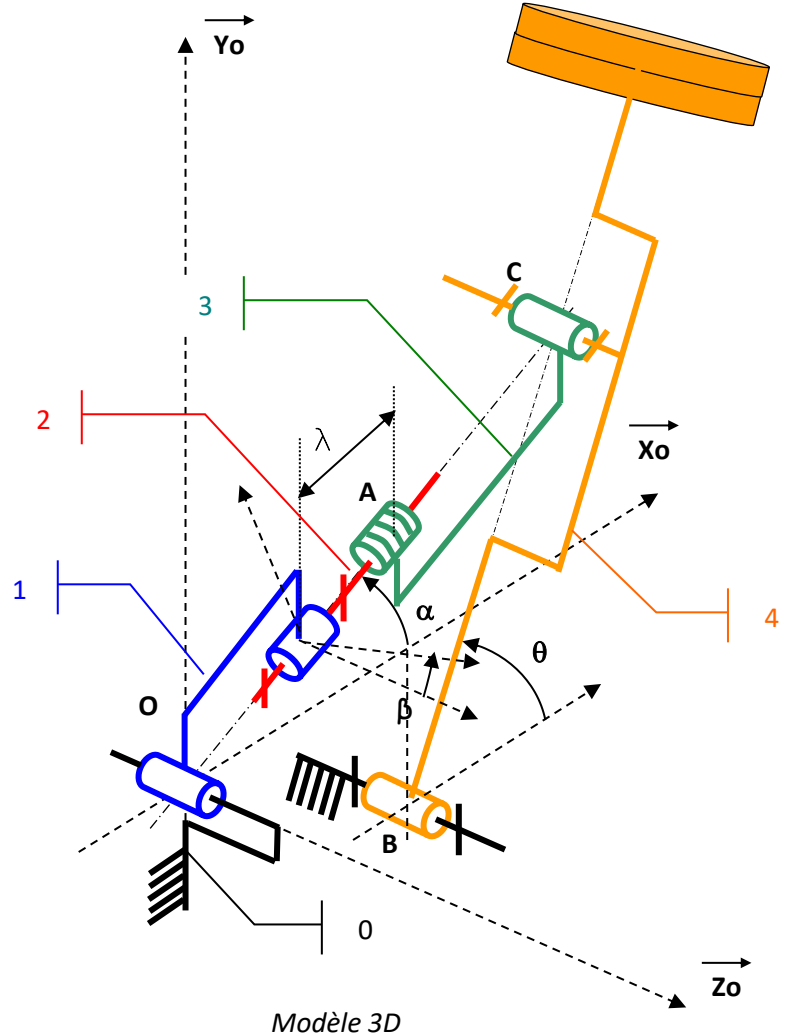
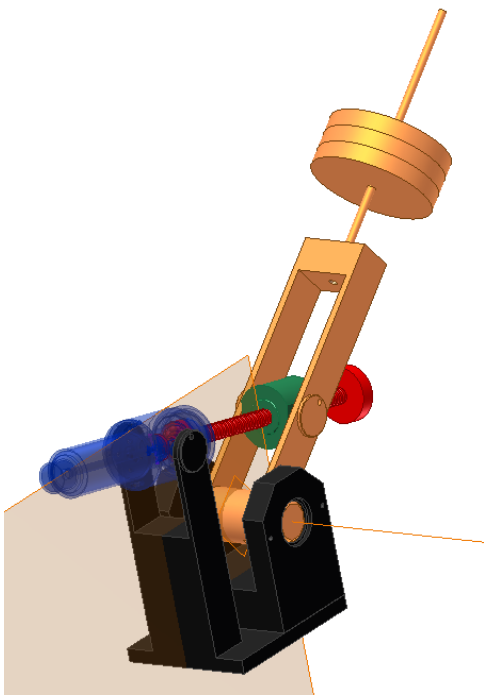
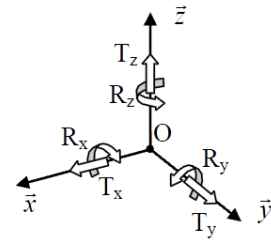
<p>1</p>	<p>Situer la <i>phase de fonctionnement</i> du mécanisme.</p>	<p style="text-align: center;">+ A-A</p> <p style="text-align: center;">Phase de perforation</p>
<p>2</p>	<p>Identifier les <i>groupes de pièces</i> ne pouvant pas avoir de mouvement relatif entre elles. Par suite, un ensemble de pièces sans mouvement relatif constitue une classe d'équivalence</p>	<p style="text-align: center;">+ A-A</p>
<p></p>	<p>Repérer les sous-ensembles</p>	<p>A={4,5,9,10} B={1,2,3} C={6,7}</p>
<p>3</p>	<p>Placer un repère</p>	<p style="text-align: center;">+ A-A</p>
<p>3</p>	<p>Réaliser le graphe des liaisons:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Analyse des contacts • Analyse des mouvements 	<p style="text-align: center;">Pivot z</p> <p style="text-align: center;">Pivot glissant y</p> <p style="text-align: center;">Sphère plan</p>

<p>4</p>	<p>Place les symboles en respectant le repère et l'architecture du mécanisme</p>	
	<p>Habiller le schéma</p>	

III. Paramétrage

Pour définir la position relative de deux solides, on retrouve deux types de paramètres :

- Les paramètres de translation, ici $\lambda(t)$
- Les paramètres de rotation, ici $\beta(t)$, $\alpha(t)$, et $\theta(t)$



Ne pas confondre les paramètres qui évoluent en fonction du temps ($\lambda(t)$, $\beta(t)$,...) avec les données géométriques qui elles sont constantes au cours du mouvement [OB], [BC].