# Fiche outil – Figure de changement de base / figure de calcul

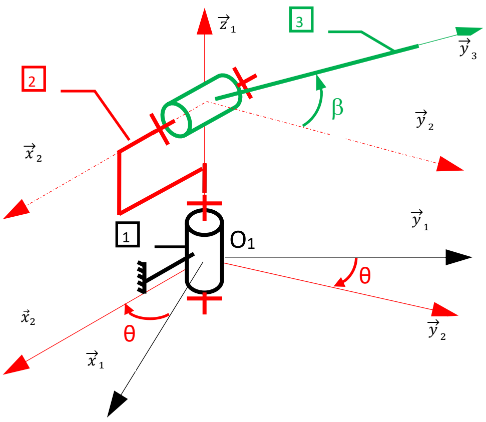
Lorsque l'on travaille sur les mécanismes, on associe à chaque pièce (ou groupe de pièces assemblées entre elles) une base orthonormée directe : $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$,$(\vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1})$ ,$(\vec{x_2}, \vec{y_2}, \vec{z_2})$,...

Ces bases sont en mouvement les unes par rapport aux autres. En général, il s'agit de mouvements simples : rotation autour d'un axe, translation à trajectoire rectiligne…

Fréquemment, on est amené à exprimer dans une base un vecteur dont on connait les composantes dans une autre base.

**Pour cela on utilise une figure de changement de base.**

## I.1. Construction d'une figure de changement de base




Pour chaque paramètre angulaire :

- dessiner la trame (trièdre positif) avec un angle faible (fig. 1),
- identifier le vecteur commun aux deux bases, le faire apparaître sur la figure ici ($\vec{z_1}$) (fig. 2) :
  - Perpendiculaire à votre feuille
  - Dirigé vers vous (le sens positif de la figure est alors le sens trigo)
- compléter le dessin avec les autres vecteurs de base en respectant l'orientation directe de la base (fig. 3),
- indiquer le paramètre angulaire ici θ (fig. 4).

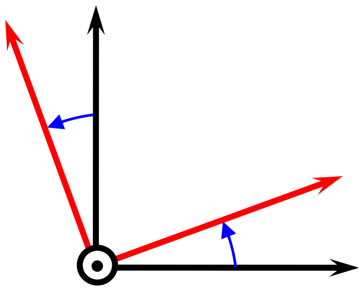


*Figure 1*

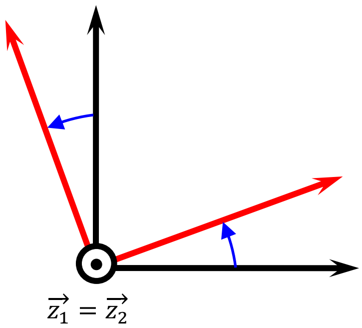



*Figure 2*

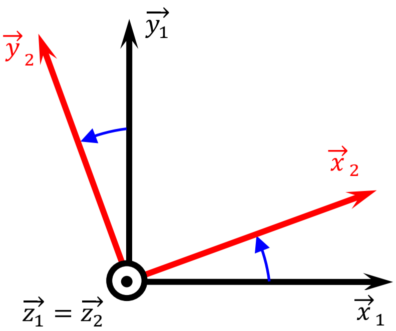



*Figure 3*

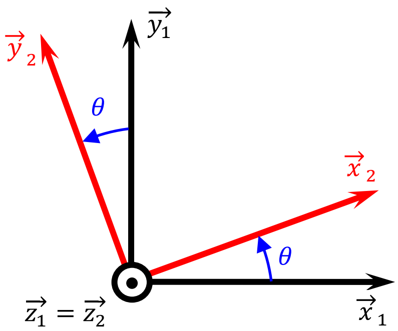
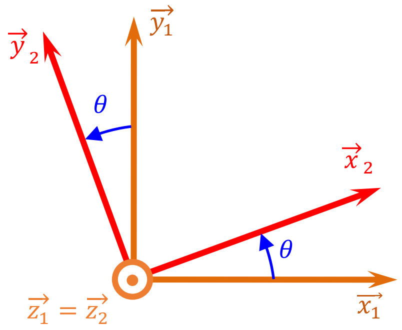



*Figure 4*

## I.2. Utiliser une figure de changement de base

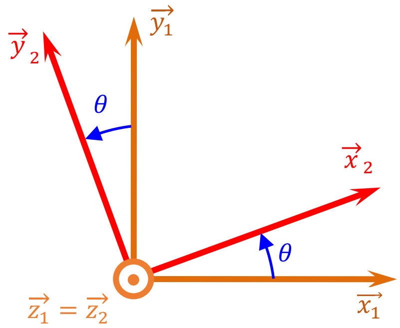
### Projection

On peut remarquer que seules 4 projections sont possibles, il faut donc les retrouver rapidement et sans erreur.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>Attention les vecteurs sont des vecteurs unitaires<br><br>$\vec{x_2} = cos\theta.\vec{x_1} + sin\theta.\vec{y_1}$<br>$\vec{y_2} = -sin\theta.\vec{x_1} + cos\theta.\vec{y_1}$<br><br>$\vec{x_1} = cos\theta.\vec{x_2} - sin\theta.\vec{y_2}$<br>$\vec{y_1} = sin\theta.\vec{x_2} + cos\theta.\vec{y_2}$</td>
</tr>
</table>

### Produit scalaire

Le **produit scalaire** $\vec{V}.\vec{x}$ permet de faire **la projection d'un vecteur** $\vec{V}$ **sur un axe** $\vec{x}$ d'une base orthonormée $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. On l'utilisera en particulier pour déterminer la **composante d'un vecteur** (vitesse, force, moment,...) **sur un des trois axes d'une base**.

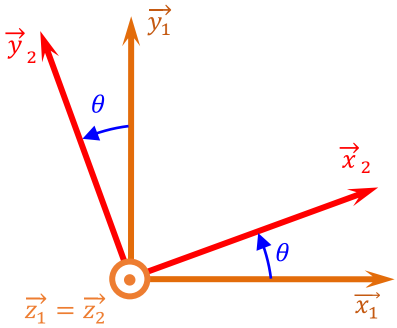



En pratique, à l'aide de la **figure de changement** de base on peut déterminer le résultat des différents **produits scalaires des vecteurs unitaires des deux bases de la figure**.

<table>
<tr>
<td>Pour 2 vecteurs unitaires de la même base (la figure n'est pas nécessaire)<br>Produits scalaire de vecteurs différents:<br>$\boxed{\vec{x_1}.\vec{y_1} = 0; \quad \vec{x_1}.\vec{z_1} = 0; \quad \vec{y_1}.\vec{z_1} = 0}$<br><br>Produit scalaire du même vecteur:<br>$\vec{x_1}.\vec{x_1} = 1; \quad \vec{y_1}.\vec{y_1} = 1; \quad \vec{z_1}.\vec{z_1} = 1$</td>
<td>Pour 2 vecteurs unitaires de deux bases différentes définis sur la même figure de changement de base.<br>4 cas peuvent être possibles:<br>• $\boxed{\vec{x_2}.\vec{x_1} = \vec{x_1}.\vec{x_2} = cos\,\theta}$<br>• $\boxed{\vec{y_2}.\vec{x_1} = \vec{x_1}.\vec{y_2} = cos(\theta + \frac{\pi}{2})}$<br>• $\boxed{\vec{y_1}.\vec{x_2} = \vec{x_2}.\vec{y_1} = cos(\frac{\pi}{2} - \theta)}$<br>• $\boxed{\vec{y_2}.\vec{y_1} = \vec{y_1}.\vec{y_2} = cos\,\theta}$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Pour deux vecteurs unitaires de base différentes <u>qui ne sont pas définis sur la même figure de changement de base</u>, il faut obligatoirement <u>projeter</u> un des deux vecteurs afin de se retrouver dans un des cas décris ci-dessus.</td>
</tr>
</table>

## Produit vectoriel

En pratique, à l'aide de la **figure de changement** de base on peut déterminer le résultat des différents **produits vectoriels des vecteurs unitaires des deux bases de la figure**.




**Pour 2 vecteurs unitaires de la même base (la figure n'est pas nécessaire)**

Produits vectoriels dans le **sens direct**:

$\vec{x}_1 \ \square \ \vec{y}_1 \ \square \ \vec{z}_1 \ \square \ \vec{x}_1$

$$\boxed{\vec{x}_1 \wedge \vec{y}_1 = \vec{z}_1 \ ; \quad \vec{y}_1 \wedge \vec{z}_1 = \vec{x}_1 \ ; \quad \vec{z}_1 \wedge \vec{x}_1 = \vec{y}_1}$$

Produits vectoriels dans le **sens indirect**:

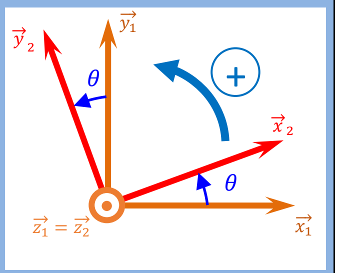
$\vec{x}_1 \ \square \ \vec{y}_1 \ \square \ \vec{z}_1 \ \square \ \vec{x}_1$

$$\boxed{\vec{x}_1 \wedge \vec{z}_1 = -\vec{y}_1 \ ; \quad \vec{z}_1 \wedge \vec{y}_1 = -\vec{x}_1 \ ; \quad \vec{y}_1 \wedge \vec{x}_1 = -\vec{z}_1}$$

**Pour 2 vecteurs unitaires de deux bases différentes définis sur la même figure de changement de base.**

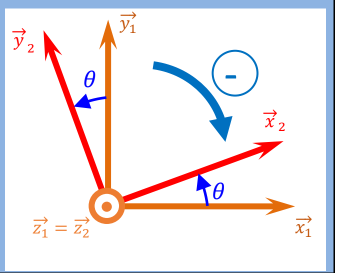
**Signe +** si on fait le produit vectoriel dans **le sens trigonométrique**

$$\boxed{\vec{x}_1 \wedge \vec{x}_2 = +\sin\theta \, \vec{z}_1}$$
$$\boxed{\vec{x}_1 \wedge \vec{y}_2 = +\sin(\theta + \frac{\pi}{2}) \, \vec{z}_1}$$
$$\boxed{\vec{x}_2 \wedge \vec{y}_1 = +\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) \, \vec{z}_1}$$
$$\boxed{\vec{y}_1 \wedge \vec{y}_2 = +\sin\theta \, \vec{z}_1}$$




**Signe -** si on fait le produit vectoriel dans le **sens horaire**

$$\boxed{\vec{y}_2 \wedge \vec{y}_1 = -\sin\theta \, \vec{z}_1}$$
$$\boxed{\vec{y}_2 \wedge \vec{x}_1 = -\sin(\theta + \frac{\pi}{2}) \, \vec{z}_1}$$
$$\boxed{\vec{y}_1 \wedge \vec{x}_2 = -\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) \, \vec{z}_1}$$
$$\boxed{\vec{x}_2 \wedge \vec{x}_1 = -\sin\theta \, \vec{z}_1}$$




**Pour deux vecteurs unitaires de base différentes <u>qui ne sont pas définis sur la même figure de changement de base</u>, il faut obligatoirement <u>projeter</u> un des deux vecteurs afin de se retrouver dans un des cas décris ci-dessus.**