SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGENIEUR

DC5:Analyser et caractériser le mouvement dans les mécanismes

Loi entrée-sortie d'une chaîne cinématique

Objectifs	• Déterminer la loi entrée sortie d'une chaîne cinématique

Savoirs

Je connais:

- Loi de mouvement (trajectoire, vitesse, accélération)
- Outils mathématiques associés:
  - Vecteurs et systèmes de coordonnées
  - Projection d'un vecteur et produit scalaire

Savoir Faire

Je sais faire:

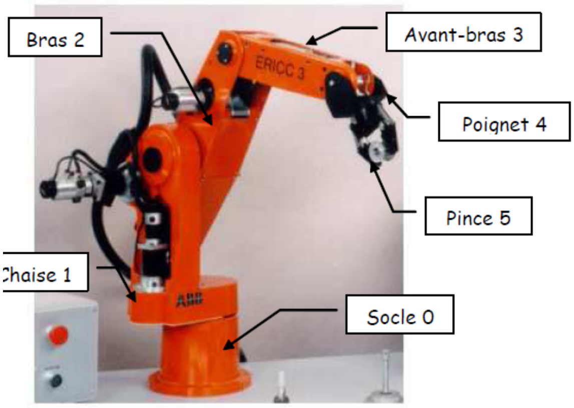
- Déterminer la loi entrée-sortie d'une chaîne cinématique simple par fermeture de chaîne géométrique
- Déterminer la loi entrée-sortie d'une chaîne cinématique simple par fermeture de chaîne cinématique

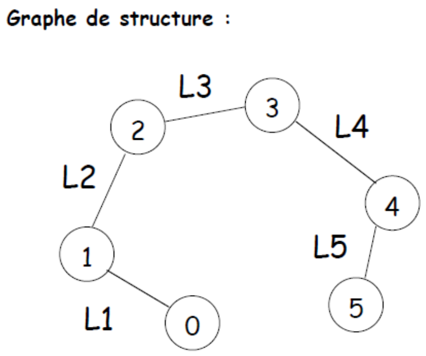
Sommaire

La loi Entrée Sortie d'un mécanisme est l'ensemble des relations qui existent entre les paramètres cinématiques d'entrée d'un mécanisme (en général actionneur) et les paramètres de sortie. Ces relations peuvent être obtenues de manières différentes selon la configuration du mécanisme.

Nous avons vu précédemment que les systèmes mécaniques peuvent être constitués à partir d'une chaîne cinématique ouverte ou bien d'une chaîne cinématique fermée ou même de plusieurs chaînes cinématiques fermés.
La méthode de détermination de la loi Entrée Sortie (E-S) dépend de la configuration du mécanisme.

I. CHAÎNE CINEMATIQUE OUVERTE



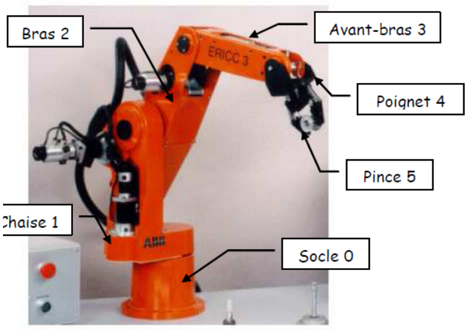


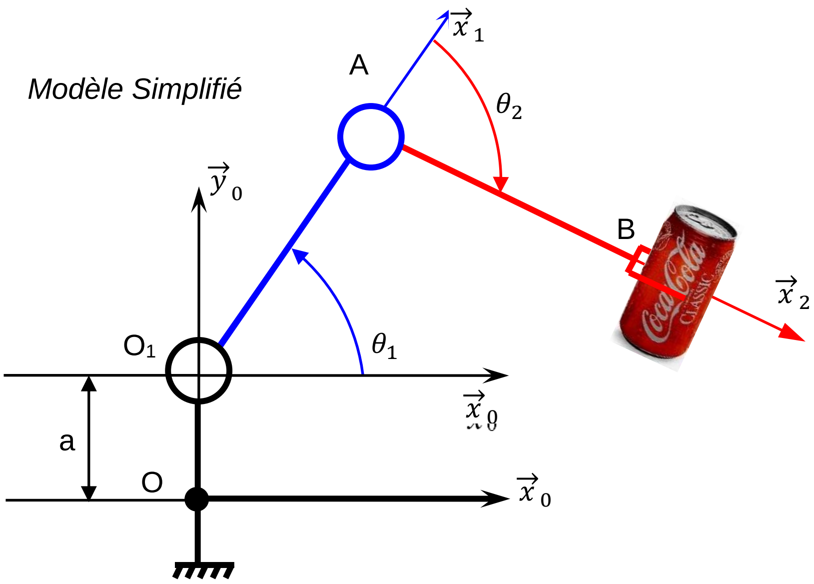
Ici, les liaisons L_i sont toutes des liaisons pivots

Dans le cas des chaînes cinématiques ouvertes, la loi Entrée Sortie concerne la relation entre les ***coordonnées articulaires et les coordonnées opérationnelles*** du point en bout de chaîne.
On distingue le modèle géométrique direct et le modèle géométrique indirect :

- Le modèle **géométrique direct** permet de lier les **coordonnées opérationnelles** aux **coordonnées articulaires**.
- le modèle **géométrique indirect** permet de lier les **coordonnées articulaires** aux **coordonnées opérationnelles**.

I.1. Exemple bras de robot





On considère le modèle plan simplifié dans lequel la pince de robot n'est animé que par deux mouvements de rotation paramétré θ_1 et θ_2.
Le point B en bout de chaîne a comme coordonnée x_B et y_B dans le repère $R_0(O,\vec{x_0},\vec{y_0},\vec{z_0})$.
Soit L la longueur des 2 bras de robot $[O_1A]$ et $[AB]$.

I.1.1. Relation directe

Le modèle géométrique direct permet d'exprimer les coordonnées x_B et y_B en fonction des paramètres θ_1 et θ_2.

En écrivant la relation de Chasles $\overrightarrow{O_0B} = \overrightarrow{O_0O_1} + \overrightarrow{O_1A} + \overrightarrow{AB}$ après projection on arrive à déterminer le modèle **géométrique direct** :

$$\boxed{\begin{cases} x_B = L.\cos\theta_1 + L.\cos(\theta_1+\theta_2) \\ y_B = a + L.\sin\theta_1 + L.\sin(\theta_1+\theta_2) \end{cases}}$$

I.1.2. Relation indirecte

Le modèle géométrique indirect permet d'exprimer les paramètres θ_1 et θ_2 en fonction des coordonnées x_B et y_B. Le modèle géométrique indirect est plus délicat à trouver (voir démonstration).

Modèle géométrique indirect : $\boxed{\begin{cases} \theta_2 = \arccos\left[\frac{1}{2}.\left(\left(\frac{x_B}{L}\right)^2 + \left(\frac{y_B-a}{L}\right)^2\right) - 1\right] \\ \theta_1 = \arctan\left(\frac{y_B-a}{x_B}\right) - \frac{\theta_2}{2} \end{cases}}$

Démonstration de l'obtention de la loi entrée sortie cinématique à partir des équations de fermeture cinématique.

- ***On part des équations issues du modèle direct :*** $\begin{cases} x_B = L.\cos\theta_1 + L.\cos(\theta_1+\theta_2) \\ y_B = a + L.\sin\theta_1 + L.\sin(\theta_1+\theta_2) \end{cases}$
- **On transforme les sommes trigonométrique en produit à l'aide des relations :**

  $\cos a + \cos b = 2.\cos\frac{a+b}{2}.\cos\frac{a-b}{2}$ et $\sin a + \sin b = 2.\sin\frac{a+b}{2}.\cos\frac{a-b}{2}$

  $\Rightarrow \begin{cases} x_B = L.\cos\theta_1 + L.\cos(\theta_1+\theta_2) \\ y_B = a + L.\sin\theta_1 + L.\sin(\theta_1+\theta_2) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x_B = 2L.\cos\frac{2\theta_1+\theta_2}{2}.\cos\frac{\theta_2}{2} \\ y_B - a = 2L.\sin\frac{2\theta_1+\theta_2}{2}.\cos\frac{\theta_2}{2} \end{cases}$
- ***On déterminer la relation θ_2 en fonction de x_B et y_B :***
  - *En isolant les produits trigonométriques et en élevant au carré pour faire apparaitre $\cos^2\left(\frac{2\theta_1+\theta_2}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{2\theta_1+\theta_2}{2}\right)$:*

    $\Rightarrow \begin{cases} 4L^2.\cos^2\left(\frac{2\theta_1+\theta_2}{2}\right).\cos^2\left(\frac{\theta_2}{2}\right) = x_B^2 \\ 4L^2.\sin^2\left(\frac{2\theta_1+\theta_2}{2}\right).\cos^2\left(\frac{\theta_2}{2}\right) = (y_B-a)^2 \end{cases}$

    $\Rightarrow \ 4L^2.\cos^2\left(\frac{2\theta_1+\theta_2}{2}\right).\cos^2\left(\frac{\theta_2}{2}\right) + 4L^2.\sin^2\left(\frac{2\theta_1+\theta_2}{2}\right).\cos^2\left(\frac{\theta_2}{2}\right) = x_B^2 + (y_B-a)^2$

    $\Rightarrow \ 4L^2.\cos^2\left(\frac{\theta_2}{2}\right) = x_B^2 + (y_B-a)^2$
  - *Avec* $\cos^2\left(\frac{\theta_2}{2}\right) = \frac{1+\cos\theta_2}{2}$

    $\Rightarrow \ 4L^2.\frac{1+\cos\theta_2}{2} = x_B^2 + (y_B-a)^2$

    $\Rightarrow \ \cos\theta_2 = \frac{1}{2L^2}[x_B^2 + (y_B-a)^2] - 1 = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{x_B}{L}\right)^2 + \left(\frac{y_B-a}{L}\right)^2\right] - 1$

  On obtient donc $\boxed{\theta_2 = A\cos\left[\frac{1}{2}\left(\left(\frac{x_B}{L}\right)^2 + \left(\frac{y_B-a}{L}\right)^2\right) - 1\right]}$
- ***On déterminer la relation θ_1 en fonction de x_B, y_B et θ_2 :***
  - *En repartant du système* $\begin{cases} x_B = 2L.\cos\frac{2\theta_1+\theta_2}{2}.\cos\frac{\theta_2}{2} \\ y_B - a = 2L.\sin\frac{2\theta_1+\theta_2}{2}.\cos\frac{\theta_2}{2} \end{cases}$ *et en faisant* $\frac{y_B-a}{x_B}$ *:*

  $\Rightarrow \ \frac{y_B-a}{x_B} = \frac{2L.\sin\frac{2\theta_1+\theta_2}{2}.\cos\frac{\theta_2}{2}}{2L.\cos\frac{2\theta_1+\theta_2}{2}.\cos\frac{\theta_2}{2}} = \frac{\sin\frac{2\theta_1+\theta_2}{2}}{\cos\frac{2\theta_1+\theta_2}{2}} = \tan\frac{2\theta_1+\theta_2}{2}$

  On obtient donc : $\boxed{\theta_1 = a\tan\frac{y_B-a}{x_B} - \frac{\theta_2}{2}}$

II. CHAÎNE CINEMATIQUE FERMEE

La loi Entrée Sortie dans les chaînes cinématiques fermées peut être obtenue de différentes méthodes :

- **fermeture géométrique** ou fermeture angulaire
- **produit scalaire de 2 vecteurs** d'orientation relative constante
- l'équation obtenue par la **condition de roulement sans glissement**
- la **fermeture cinématique**
- …

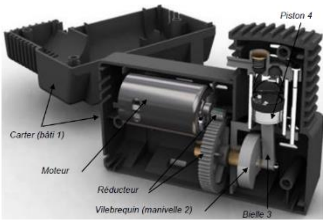
II.1. Loi entrée sortie par fermeture géométrique

La loi entrée sortie dans le cas de chaîne fermée s'obtient souvent par **fermeture géométrique.** Il s'agit d'écrire une **relation vectorielle (relation de Chasles)**, traduisant la **fermeture de la chaîne**, en passant par les **points caractéristiques du mécanisme**. On projette ensuite cette relation dans une base (choisi judicieusement pour limiter les calculs) afin d'obtenir des relations scalaires entre les différents paramètres, puis on élimine les paramètres intermédiaires afin d'établir notre relation entre le paramètre d'entrée et le paramètre de sortie du mécanisme.

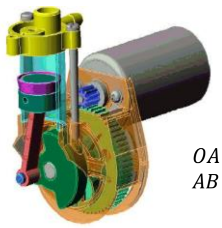
II.1.1. Exemple - système bielle manivelle

Transformation : Rotation continue en translation alternative et inversement.
Réversibilité : Parfois
Utilisation : Moteurs thermiques, compresseurs, certaines pompes et moteurs hydrauliques, marteau perforateur...
Caractéristiques : excentricité $OA = e$ et longueur de la bielle $AB = L$
Compresseur

Réel

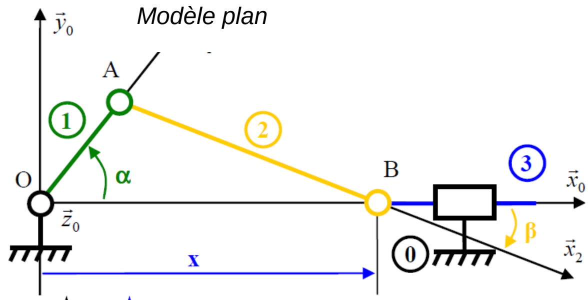


Modèle virtuel



$OA = e$
$AB = L$

Modèle plan



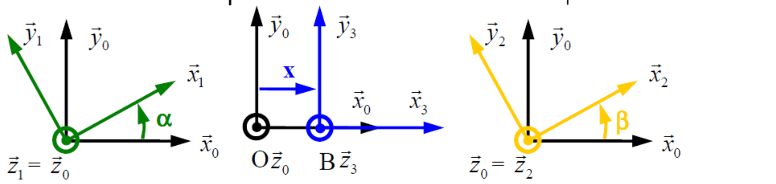


Schéma d'après Florestan Mathurin

Dans les cas du système bielle manivelle utilisé comme compresseur :

- Le **paramètre d'entrée α** représente la rotation de la manivelle (vilebrequin).
- Le **paramètre de sortie x représente la translation du piston**
- **Le paramètre β est un paramètre intermédiaire** traduisant la position angulaire de la bielle par rapport au bâti.

CC BY NC SA

Afin de déterminer la loi entrée-sortie $f(x) = f(\alpha)$ on écrit la **fermeture géométrique :**

$\Rightarrow \ \overrightarrow{OO} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{0}$

$\Rightarrow \ e.\overrightarrow{x_1} + L.\overrightarrow{x_2} - x.\overrightarrow{x_0} = \overrightarrow{0}.$

- En projection sur $\overrightarrow{x_0}$ et $\overrightarrow{y_0}$ on obtient deux équations scalaires :

$$\Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{e.\cos\alpha + L.\cos\beta - x = 0} \\ \boldsymbol{e.\sin\alpha + L.\sin\beta = 0} \end{cases}$$

Afin d'obtenir la loi entrée sortie on élimine le paramètre β en isolant β dans chacune des relations, on élève ensuite au carré chacune des relations et on les additionne.

- On isole β dans chacune des relations :

$$\Rightarrow \begin{cases} L.\cos\beta = x - e.\cos\alpha \\ L.\sin\beta = -e.\sin\alpha \end{cases}$$

- On élève chacune des relations au carré :

$$\Rightarrow \begin{cases} L^2.\cos^2\beta = (x - e.\cos\alpha)^2 \\ L^2.\sin^2\beta = e^2.\sin^2\alpha \end{cases}$$

- On additionne les relations pour faire apparaitre $\cos^2\beta + \sin^2\beta = 1$

$$L^2.(\cos^2\beta + \sin^2\beta) = (x - e.\cos\alpha)^2 + e^2.\sin^2\alpha$$

$$L^2 = (x - e.\cos\alpha)^2 + e^2.\sin^2\alpha$$

- En manipulant la relation

$\Rightarrow \ L^2 = (x - e.\cos\alpha)^2 + e^2.\sin^2\alpha$

$\Rightarrow \ (x - e.\cos\alpha) = \sqrt{L^2 - e^2.\sin^2\alpha}$

$\Rightarrow \ x = e.\cos\alpha + \sqrt{L^2 - e^2.\sin^2\alpha}$

On obtient la relation suivante :

$$\boxed{\boldsymbol{x = e.\cos\alpha + \sqrt{L^2 - (e\sin\alpha)^2}}} \qquad (valable\ pour\ e < L)$$

Remarque :

On peut également écrire la fermeture angulaire qui ici n'a que peu d'intérêt :

$\Rightarrow \ (\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1}) + (\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_2}) + (\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{x_3}) + (\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{x_0}) = 0$

$\Rightarrow \ \boldsymbol{\alpha + \theta_{12} - \beta + 0 = 0}$

II.2. Loi entrée sortie par fermeture cinématique

On peut déterminer une **loi entrée sortie en fonction des dérivées des paramètres et des paramètres eux-mêmes**. Cette relation s'obtient en écrivant une **fermeture cinématique à l'aide de torseurs par composition des mouvements**.

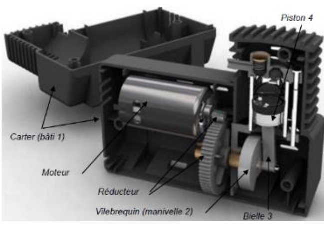
On obtient alors deux équations vectorielles :

- composition **des vecteurs rotations**
- composition **des vecteurs vitesse linéaire** (instantanés).

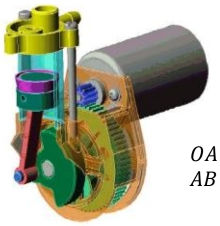
II.2.1. Exemple - système bielle manivelle

Compresseur

Réel

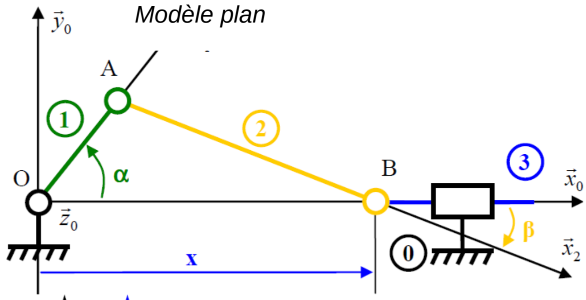


Modèle virtuel



$OA = e$
$AB = L$

Modèle plan



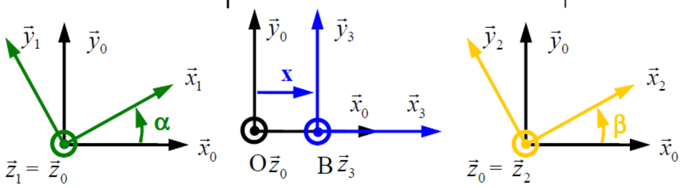


Schéma d'après Florestan Mathurin

Traduction de la fermeture cinématique de la chaîne : $\{\boldsymbol{V_{0/3}}\}+\{\boldsymbol{V_{3/2}}\}+\{\boldsymbol{V_{2/1}}\}+\{\boldsymbol{V_{1/0}}\}=\{\boldsymbol{0}\}$

D'où :

$$_A\begin{Bmatrix}\overrightarrow{\Omega_{0/3}}\\ \overrightarrow{V_{A\epsilon0/3}}\end{Bmatrix}+{}_A\begin{Bmatrix}\overrightarrow{\Omega_{3/2}}\\ \overrightarrow{V_{A\epsilon3/2}}\end{Bmatrix}+{}_A\begin{Bmatrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\\ \overrightarrow{V_{A\epsilon2/1}}\end{Bmatrix}+{}_A\begin{Bmatrix}\overrightarrow{\Omega_{1/0}}\\ \overrightarrow{V_{A\epsilon1/0}}\end{Bmatrix}={}_A\begin{Bmatrix}\vec{0}\\ \vec{0}\end{Bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{\Omega_{0/3}}+\overrightarrow{\Omega_{3/2}}+\overrightarrow{\Omega_{2/1}}+\overrightarrow{\Omega_{1/0}}=\vec{0}\\ \overrightarrow{V_{A\epsilon0/3}}+\overrightarrow{V_{A\epsilon3/2}}+\overrightarrow{V_{A\epsilon2/1}}+\overrightarrow{V_{A\epsilon1/0}}=\vec{0}\end{cases}$$

- Fermeture cinématique angulaire
  - $\Rightarrow\ \overrightarrow{\Omega_{0/3}}+\overrightarrow{\Omega_{3/2}}+\overrightarrow{\Omega_{2/1}}+\overrightarrow{\Omega_{1/0}}=\vec{0}$
  - $\Rightarrow\ \vec{0}-\dot{\beta}\overrightarrow{z_0}+\dot{\theta}_{21}.\overrightarrow{z_0}+\dot{\alpha}\overrightarrow{z_0}=\vec{0}$
  - $\Rightarrow$ En projection sur $\overrightarrow{z_0}$: $\boldsymbol{-\dot{\beta}+\dot{\theta}_{21}+\dot{\alpha}=0}$

- Fermeture cinématique linéaire
  - $\Rightarrow\ \overrightarrow{V_{A\epsilon0/3}}+\overrightarrow{V_{A\epsilon3/2}}+\overrightarrow{V_{A\epsilon2/1}}+\overrightarrow{V_{A\epsilon1/0}}=\vec{0}$
    - $\overrightarrow{V_{A\in0/3}}=-\overrightarrow{V_{B\in3/0}}=-\dot{x}.\overrightarrow{x_0}$
    - $\overrightarrow{V_{A\in3/2}}=\overrightarrow{V_{B\in3/2}}+\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{\Omega_{3/2}}=L.\overrightarrow{x_2}\wedge-\dot{\beta}.\overrightarrow{z_0}=L.\dot{\beta}.\overrightarrow{y_2}$ ***attention car*** $\overrightarrow{\Omega_{3/2}}=-\overrightarrow{\Omega_{2/3}}=-\overrightarrow{\Omega_{2/0}}=-\dot{\beta}.\overrightarrow{z_0}$
    - $\overrightarrow{V_{A\in2/1}}=\vec{0}$
    - $\overrightarrow{V_{A\in1/0}}=e.\dot{\alpha}.\overrightarrow{y_1}$

$\Rightarrow$ Alors $-\dot{x}.\overrightarrow{x_0}+L.\dot{\beta}.\overrightarrow{y_2}+e.\dot{\alpha}.\overrightarrow{y_1}=\vec{0}$ d'où 2 équations scalaires en projection sur $\overrightarrow{x_0}$ et sur $\overrightarrow{y_0}$.

$$\begin{cases}\boldsymbol{-\dot{x}-L.\dot{\beta}.\sin\beta-e.\dot{\alpha}.\sin\alpha=0}\\ \boldsymbol{L.\dot{\beta}.\cos\beta+e.\dot{\alpha}.\cos\alpha=0}\end{cases}$$

On peut constater qu'il s'agit des deux équations scalaires obtenues par dérivation des équations de la fermeture géométrique.

Les équations obtenues par fermeture cinématique correspondent aux dérivées des équations obtenues par fermeture géométrique. Les deux approches amènent au même résultat mais la dérivation de la fermeture géométrique est généralement plus simple, on privilégiera cette méthode pour obtenir les équations en fonction des paramètres de vitesse.

Démonstration de l'obtention de la loi entrée sortie cinématique à partir des équations de fermeture cinématique.

$$\begin{cases} -\dot{x} - L.\dot{\beta}.\sin\beta - e.\dot{\alpha}.\sin\alpha = 0 \quad (\times \cos\beta) \\ L.\dot{\beta}.\cos\beta + e.\dot{\alpha}.\cos\alpha = 0 \quad (\times \sin\beta) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\dot{x}\cos\beta - L.\dot{\beta}.\sin\beta.\cos\beta - e.\dot{\alpha}.\sin\alpha.\cos\beta = 0 \quad (1) \\ L.\dot{\beta}.\cos\beta.\sin\beta + e.\dot{\alpha}.\cos\alpha.\sin\beta = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) + (2) \Rightarrow -\dot{x}\cos\beta - L.\dot{\beta}.\sin\beta.\cos\beta - e.\dot{\alpha}.\sin\alpha.\cos\beta + L.\dot{\beta}.\cos\beta.\sin\beta + e.\dot{\alpha}.\cos\alpha.\sin\beta = 0$$

$$\Rightarrow -\dot{x}\cos\beta - e.\dot{\alpha}.\sin\alpha.\cos\beta + e.\dot{\alpha}.\cos\alpha.\sin\beta = 0$$

$$\Rightarrow \dot{x} = -e.\dot{\alpha}.\sin\alpha + e.\dot{\alpha}.\cos\alpha.\frac{\sin\beta}{\cos\beta} \qquad (3)$$

A l'aide des équations de fermeture géométrique on a : $\sin\beta = -\frac{e\sin\alpha}{L}$ *Donc* $\cos\beta = \sqrt{1 - \frac{e^2\sin^2\alpha}{L^2}} = \frac{1}{L}\sqrt{L^2 - e^2\sin^2\alpha}$

On remplace dans l'équation (3) *:*

$$\dot{x} = -e.\dot{\alpha}.\sin\alpha + e.\dot{\alpha}.\cos\alpha.\frac{\left(-\frac{e\sin\alpha}{L}\right)}{\left(\frac{1}{L}\sqrt{L^2 - e^2\sin^2\alpha}\right)} = \boldsymbol{-e.\dot{\alpha}.\sin\alpha - \frac{e^2\dot{\alpha}\cos\alpha.\sin\alpha}{\sqrt{L^2 - e^2\sin^2\alpha}}}$$

On retrouve bien la même expression que l'on obtient en dérivant l'expression trouvée à l'aide de la fermeture géométrique :

$\Rightarrow x = e.\cos\alpha + \sqrt{L^2 - e^2.\sin^2\alpha}$ avec $\sqrt{u}' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\dot{x} = -e.\dot{\alpha}.\sin\alpha - \frac{e^2\dot{\alpha}\cos\alpha.\sin\alpha}{\sqrt{L^2 - e^2\sin^2\alpha}}}$$

II.3. Loi entrée sortie par produit scalaire entre deux vecteurs

La loi entrée sortie dans le cas d'une chaîne fermée peut parfois se faire en tenant compte de la particularité angulaire du système (conservation d'une valeur angulaire lors du mouvement par exemple).

II.3.1. Exemple – Barrière sinusmatic

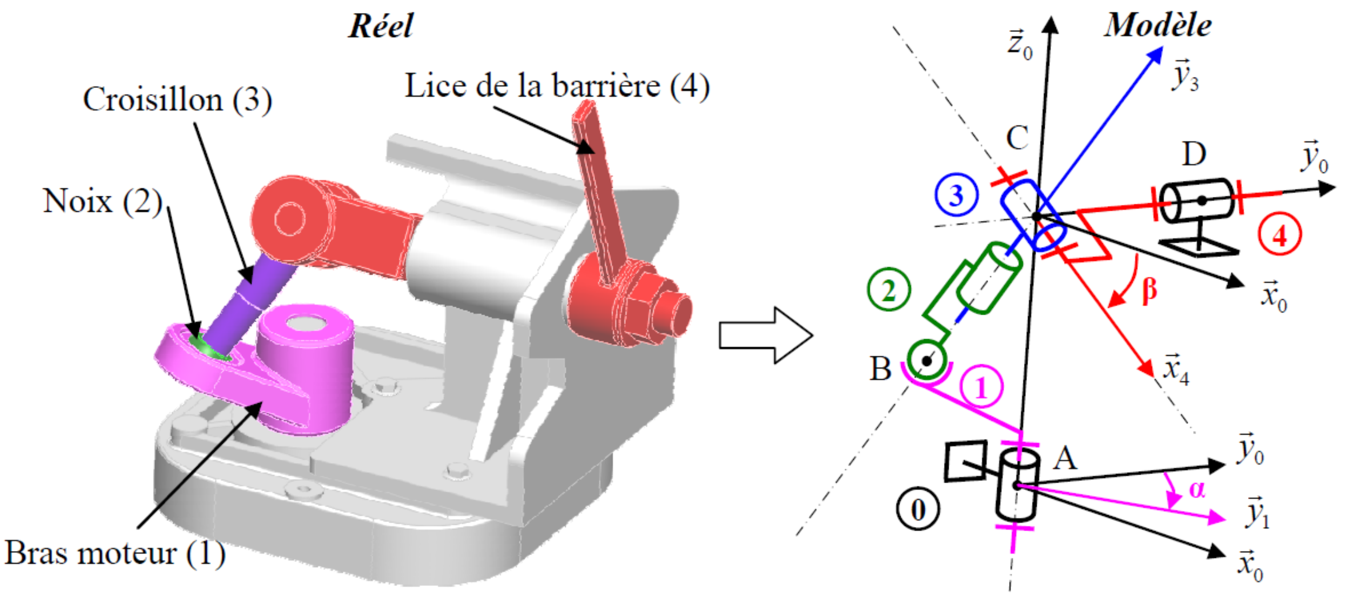
La barrière Sinusmatic est un système de transformation de mouvement qui s'adapte sur un motoréducteur. Il permet de transformer le mouvement d'entrée du moteur (rotation continue) en un mouvement de rotation alternative d'amplitude $^{\pi}/_{2}$ sur la lice.

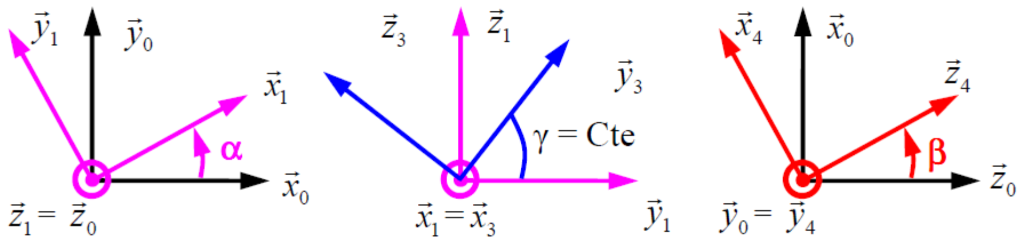
Le système se compose :

- D'un bras moteur 1 en liaison pivot avec le bâti 0 suivant l'axe $(A, \overrightarrow{z_0})$.
- D'une noix en liaison sphérique de centre B avec le bras moteur 1.
- D'un croisillon en liaison pivot glissant suivant l'axe $(B, \overrightarrow{y_3})$
- D'un arbre de lice 4 en liaison pivot suivant l'axe $(C, \overrightarrow{x_4})$ avec le croisillon 3 et en liaison pivot suivant l'axe $(D, \overrightarrow{y_0})$ avec le bâti 0.

On définit :

- α le paramètre d'entrée tel que $\alpha = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1})$
- β le paramètre d'entrée tel que $\beta = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_4}) = (\overrightarrow{z_0}, \overrightarrow{z_4})$





La particularité angulaire de ce système est que le vecteur $\overrightarrow{BC}$ reste toujours perpendiculaire à la direction $(\overrightarrow{x_4})$. Par conséquent le produit scalaire des 2 vecteurs d'orientation $\overrightarrow{y_3}.\overrightarrow{x_4}$ est nul : $\overrightarrow{y_3}.\overrightarrow{x_4} = 0$.

On traduit cette particularité afin de définir la loi entrée sortie :

$\overrightarrow{y_3}.\overrightarrow{x_4} = 0$ avec $\overrightarrow{y_3} = \cos\gamma.\overrightarrow{y_1} + \sin\gamma.\overrightarrow{z_1}$ et $\overrightarrow{x_4} = \cos\beta.\overrightarrow{x_0} - \sin\beta.\overrightarrow{z_0}$

D'où

- $\Rightarrow \overrightarrow{y_3}.\overrightarrow{x_4} = (\cos\gamma.\overrightarrow{y_1} + \sin\gamma.\overrightarrow{z_1}).(\cos\beta.\overrightarrow{x_0} - \sin\beta.\overrightarrow{z_0})$
- $\Rightarrow \overrightarrow{y_3}.\overrightarrow{x_4} = \cos\gamma.\cos\beta.\overrightarrow{y_1}.\overrightarrow{x_0} - \cos\gamma.\sin\beta.\overrightarrow{y_1}.\overrightarrow{z_0} + \sin\gamma.\cos\beta.\overrightarrow{z_1}.\overrightarrow{x_0} - \sin\gamma.\sin\beta.\overrightarrow{z_1}.\overrightarrow{z_0} = 0$
- $\Rightarrow -\cos\gamma.\cos\beta.\sin\alpha - \sin\gamma.\sin\beta = 0$
- $\Rightarrow \sin\alpha = -\frac{\sin\gamma.\sin\beta}{\cos\gamma.\cos\beta} = -\tan\gamma.\tan\beta$ Soit la loi entrée sortie : $\Rightarrow \boldsymbol{\sin\alpha = -\tan\gamma.\tan\beta}$

Remarque : Pour $\gamma = \frac{\pi}{4}$ *l'amplitude de la lice est de* $\frac{\pi}{2}$

CC BY NC SA

III. LES MECANISME DE TRANSFORMATION DE MOUVEMENT CLASSIQUES

III.1. Système vis – écrou

Exemple : Bras de robot Maxpid

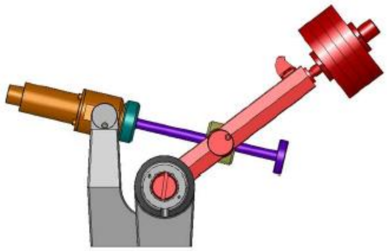
Transformation : Rotation continue en translation continue.

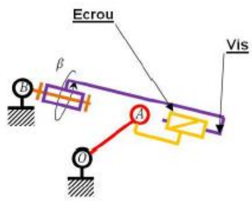
Réversibilité : Dépend des frottements dans la liaison.

Utilisation : Vérins électriques, chariots de machine-outil, pilote automatique, élévateur...

Caractéristiques : *p* pas de la vis en *mm*

Loi d'entrée-sortie: $\dot{x} = \frac{p}{2.\pi}.\dot{\beta}$ avec $\dot{x}$ vitesse de translation de l'écrou et $\dot{\beta}$ vitesse de rotation de la vis





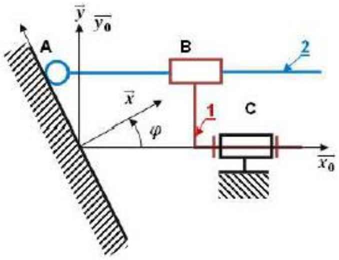
III.2. Système à came

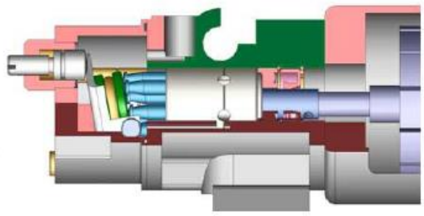
Exemple : Pompe hydraulique à pistons axiaux

Transformation : Rotation continue en translation alternative.

Réversibilité : Oui (moteur :translation vers rotation et pompe rotation vers translation).

Utilisation : Pompes et moteurs hydrauliques





Caractéristiques : inclinaison du plan (fixe) $\varphi = (\vec{x}_0, \vec{x})$, $R = \overrightarrow{BC}.\vec{y}$ rayon des pistons

Loi d'entrée-sortie : $\dot{\lambda} = \dot{\alpha}.R.\tan\Phi.\sin\alpha$ avec $\dot{\lambda}$ vitesse du piston et $\dot{\alpha}$ angle de rotation du barillet 1.

III.3. Excentrique

Exemple : Pompe à pistons radiaux de Xantia

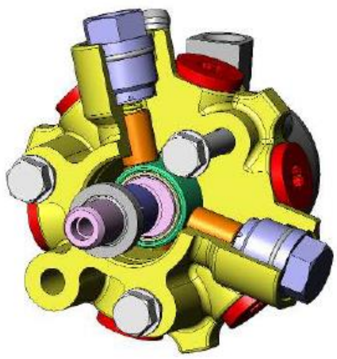
Transformation : Rotation continue en translation alternative.

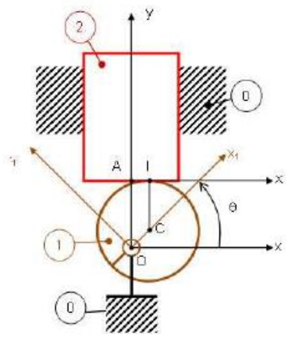
Réversibilité : Dépend des frottements dans la liaison.

Utilisation : Pompes hydrauliques, taille haie.

Caractéristiques : excentricité e

Loi d'entrée-sortie : $\lambda = R + e.\sin\theta$ avec λ position du piston (OA), θ angle de rotation de l'excentrique.





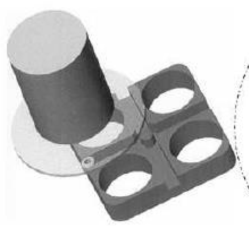
III.4. Système croix de malte

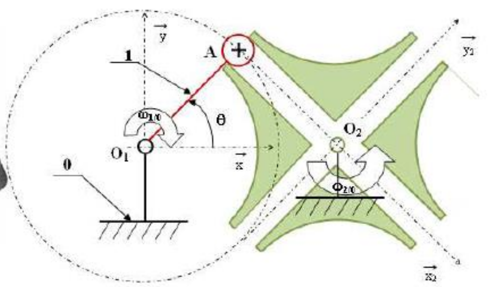
Exemple : Distributeur de dose de café, Capsuleuse de Bocaux

Transformation : Rotation continue en rotation intermittente.

Réversibilité : jamais

Utilisation : Plateau tournant de machine de transfert, indexage...





Caractéristiques : Angle entre les différentes rainures, et rayon de position de l'ergot $R = O_1A$.

Loi d'entrée-sortie : `$\tan\beta = \frac{L - R.\cos\theta}{R.\sin\theta}$ quand $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$avec L distance des deux centres de rotation (O_1O_2).