

Mouvement plan sur plan

Objectifs

- Proposer et analyser le paramétrage d'un mécanisme
- Utiliser les démarches et méthodes permettant de déterminer les caractéristiques du mouvement des points d'un solide (trajectoire, vitesse, accélération)

Savoirs

Je connais:

- Loi de mouvement

Savoir Faire

Je sais faire:

- Paramétrer le mouvement d'un solide indéformable

Sommaire

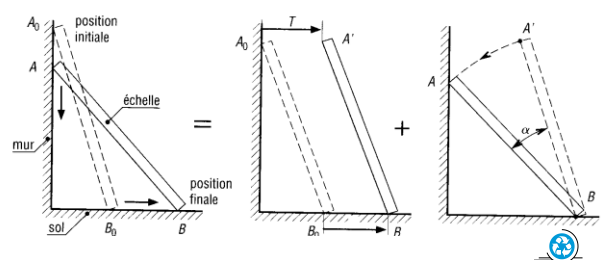
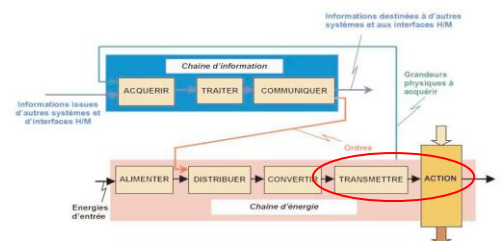
I. GENERALITES	1
II. MOUVEMENTS PLAN SUR PLAN PARTICULIERS	2
II.1. MOUVEMENTS DE TRANSLATION.....	2
II.1.1. <i>Mouvements de translation rectiligne uniforme (MRU)</i>	2
II.1.2. <i>Mouvement de translation rectiligne uniformément varié (MRUV)</i>	3
II.1.3. <i>Exemple</i>	3
II.2. MOUVEMENT DE ROTATION AUTOUR D'UN AXE FIXE (CIRCULAIRE)	3
II.2.1. <i>Mouvement de circulaire uniforme (MCU)</i>	3
II.2.2. <i>Mouvement de circulaire uniformément varié (MCUV)</i>	4
II.2.3. <i>Exemple</i>	4


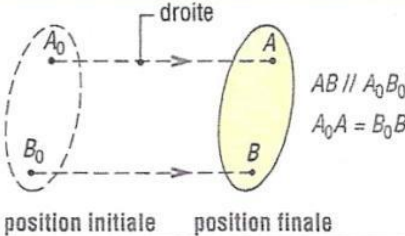
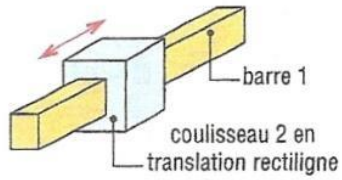

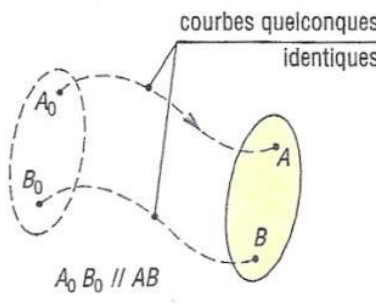
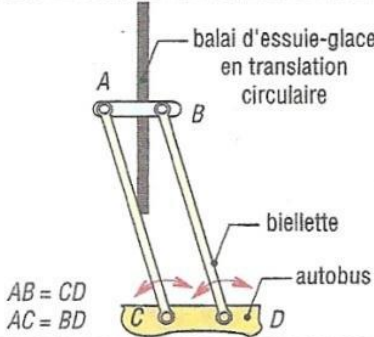

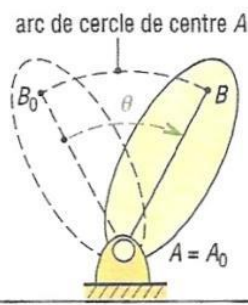
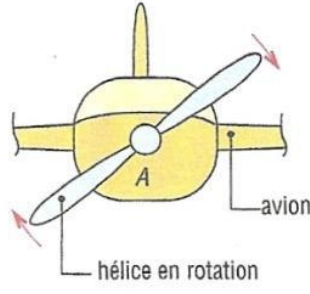

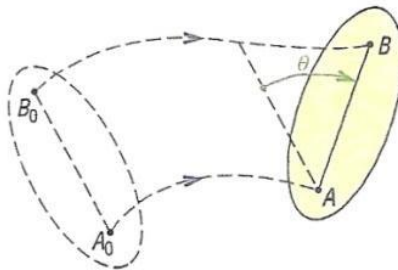
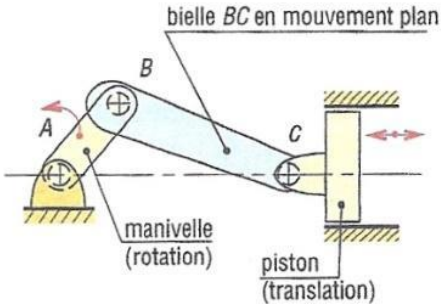
Les systèmes grand public et industriels 3D peuvent souvent être ramenés à une étude 2D. Cette simplification permet des résolutions de problèmes beaucoup plus simple et notamment graphique.

I. Généralités

Un solide est en mouvement plan lorsque tous les points de celui-ci se déplacent dans des plans parallèles à un plan de référence.

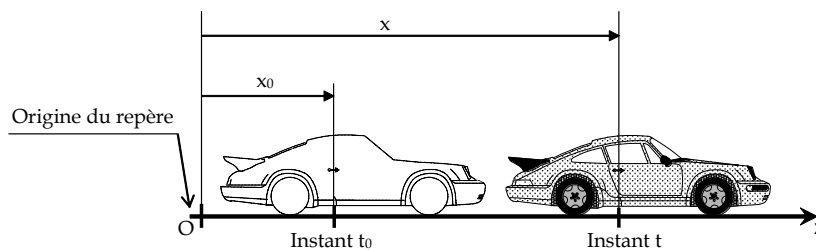
- Une translation plane et une rotation d'axe sont des mouvements plans particuliers.
- Un mouvement plan peut-être considéré comme l'addition d'une translation et d'une rotation.



Résumé des principaux types de mouvements plans		
Mouvements	Propriétés	Exemple
 Translation rectiligne	 <p>droite</p> <p>$AB \parallel A_0B_0$ $A_0A = B_0B$</p> <p>position initiale position finale</p>	 <p>barre 1</p> <p>coulisseau 2 en translation rectiligne</p>
 Translation curviligne	 <p>courbes quelconques identiques</p> <p>$A_0B_0 \parallel AB$</p>	 <p>balai d'essuie-glace en translation circulaire</p> <p>bielle</p> <p>autobus</p> <p>$AB = CD$ $AC = BD$</p>
 Rotation (d'axe fixe)	 <p>arc de cercle de centre A</p> <p>$A = A_0$</p> <p>θ</p>	 <p>avion</p> <p>hélice en rotation</p>
 Mouvement plan général	 <p>θ</p>	 <p>bielle BC en mouvement plan</p> <p>manivelle (rotation)</p> <p>piston (translation)</p>

II. Mouvements plan sur plan particuliers

II.1. Mouvements de translation



II.1.1. Mouvements de translation rectiligne uniforme (MRU)

C'est le mouvement le plus simple, sans accélération et avec **une vitesse constante au cours du temps.**

Equations de mouvement

$$a = 0$$

$$v = v_0 = \text{constante}$$

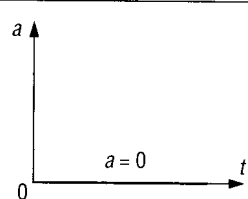
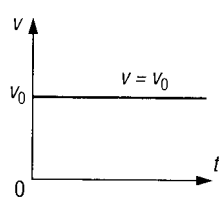
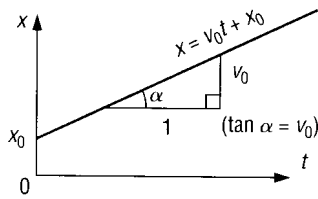
$$x = v_0 \cdot (t - t_0) + x_0$$

a : accélération

v : vitesse d'un point ($v_0 =$ vitesse initiale à $t = t_0$)

x : déplacement à l'instant t ($x_0 =$ position initiale à $t = t_0$)

Allure typique des graphes



II.1.2. Mouvement de translation rectiligne uniformément varié (MRUV)

Il sert de modèle à de nombreuses études simplifiées. Pour ces mouvements, accéléré ($a > 0$) ou décéléré ($a < 0$), **l'accélération a reste constante au cours du temps.**

Equations de mouvement

$$a = a_0 = \text{constante}$$

$$v = v_0 + a_0 \cdot (t - t_0)$$

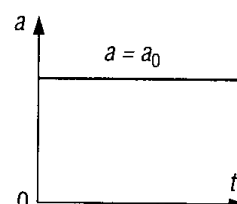
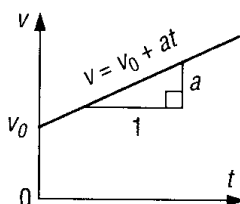
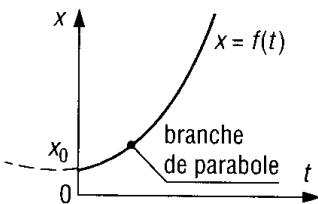
$$x = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \left(\frac{a_0}{2}\right) \cdot (t - t_0)^2$$

a : accélération

v : vitesse d'un point ($v_0 =$ vitesse initiale à $t = t_0$)

x : déplacement à l'instant t ($x_0 =$ position initiale à $t = t_0$)

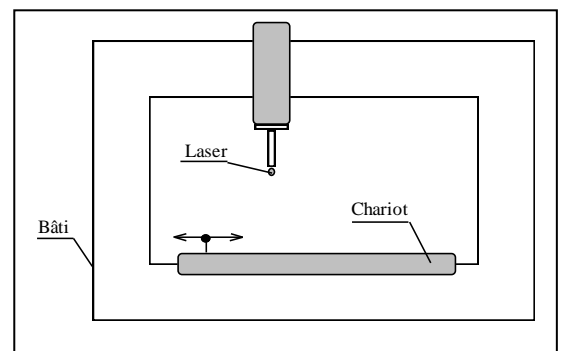
Allure typique des graphes



II.1.3. Exemple

Un chariot d'une machine pour découpage laser atteint la vitesse horizontale de 10 cm/s en 2 s . Le chariot évolue à vitesse constante pendant 8 s puis s'arrête en l'espace de 2.5 s . Les accélérations et décélérations sont supposées constantes.

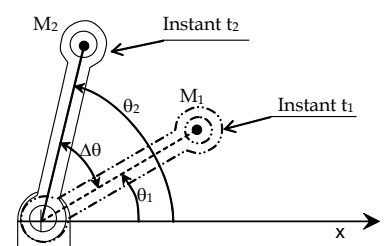
- Réaliser le graphe représentant l'évolution de la vitesse en fonction du temps :
- Déterminer les inconnues du mouvement (temps, position, vitesse, accélération) à l'instant initial et à l'instant final.
- Tracer les graphes $x = f(t)$, $V = g(t)$, $a = h(t)$



II.2. Mouvement de rotation autour d'un axe fixe (circulaire)

II.2.1. Mouvement de circulaire uniforme (MCU)

C'est le mouvement de rotation le plus simple, sans accélération ($\alpha=0$) et avec une **vitesse angulaire constante au cours du temps.**



Equations de mouvement

$\alpha = 0$	α : accélération angulaire ω : vitesse d'un point ($\omega_0 =$ vitesse initiale à $t = t_0$) θ : déplacement à l'instant t ($\theta_0 =$ position initiale à $t = t_0$)
$\omega = \omega_0 = \text{constante}$	
$\theta = \omega_0 \cdot (t - t_0) + \theta_0$	

II.2.2. Mouvement de circulaire uniformément varié (MCUV)

Pour ce mouvement, accéléré ($\alpha > 0$) ou décéléré ($\alpha < 0$), **l'accélération α reste constante au cours du temps.**

Equations de mouvement

$\alpha = \alpha_0 = \text{constante}$	α : accélération angulaire ω : vitesse d'un point ($\omega_0 =$ vitesse initiale à $t = t_0$) θ : déplacement à l'instant t ($\theta_0 =$ position initiale à $t = t_0$)
$\omega = \omega_0 + \alpha_0 \cdot (t - t_0)$	
$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot (t - t_0) + (\alpha_0/2) \cdot t^2$	

Vitesse d'un point en mouvement de rotation par rapport à un axe fixe.

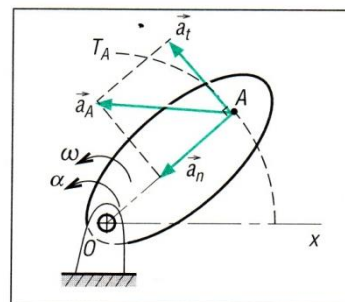
- $T_{A \in S/R}$: Cercle de centre O de rayon OA
- $\vec{V}_{A \in S/R}$: - Tangent en A au cercle $T_{A \in S/R}$
- Dirigé suivant le sens du mouvement

L'intensité de $\vec{V}_{A \in S/R}$ est égale à : $\|\vec{V}_{A \in S/R}\| = \omega_{S/R} \cdot R_A$

Accélération d'un point en mouvement de rotation par rapport à un axe fixe.

Le vecteur accélération peut-être construit dans une base à partir de 2 composantes $\vec{a}_A = \vec{a}_t + \vec{a}_n$ avec :

- \vec{a}_t : accélération tangentielle portée par la tangente en A.
 - $a_t = \alpha \cdot R = \alpha \cdot OA$ avec α accélération angulaire en $rad \cdot s^{-2}$
- \vec{a}_n : accélération normale perpendiculaire à \vec{a}_t et toujours dirigé vers la partie concave de la trajectoire.
 - $a_n = \omega^2 \cdot R = \frac{v^2}{R}$



Différents cas :

vitesse constante	accélération	décélération ou freinage
<p>$\alpha = 0$ $a_t = 0$ $\omega = \text{constante}$</p>	<p>$\alpha > 0$</p>	<p>$\alpha < 0$</p>

Remarque : Dans le cas d'une translation rectiligne, il n'y a pas d'accélération normale, le vecteur accélération est porté par la tangente au point considéré, à la trajectoire (comme le vecteur vitesse).

II.2.3. Exemple

Une turbine atteint la vitesse de 2500 tr/min en 5 minute ave une accélération constante.

- Donner la nature du mouvement.
- Donner son accélération angulaire.
- En déduire le nombre de tours qu'elle a effectués pendant la durée du démarrage.
- Déterminer la vitesse et l'accélération d'un point de la périphérie de la turbine ($R = 1,5 \text{ m}$) dans les 2 cas suivants :
 - En régime normal (2500 tr/min)
 - A l'instant $t = 4 \text{ min}$.