

Mouvement plan sur plan

Objectifs

- Proposer et analyser le paramétrage d'un mécanisme
- Utiliser les démarches et méthodes permettant de déterminer les caractéristiques du mouvement des points d'un solide (trajectoire, vitesse, accélération)

Savoirs

Je connais:

- Loi de mouvement

Savoir Faire

Je sais faire:

- Paramétrer le mouvement d'un solide indéformable

Sommaire

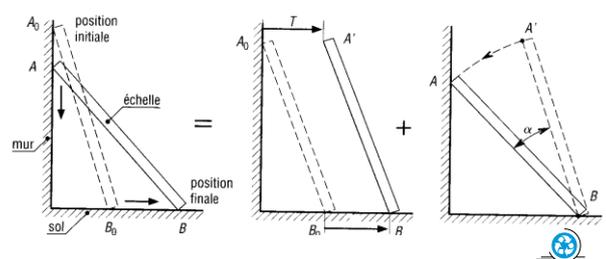
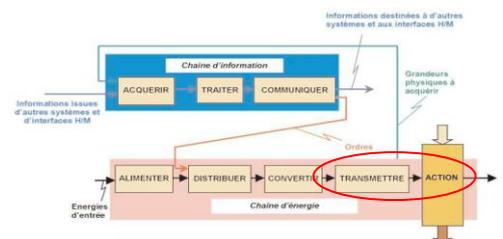
I. GENERALITES	1
II. MOUVEMENTS PLAN SUR PLAN PARTICULIERS	2
II.1. MOUVEMENTS DE TRANSLATION.....	2
II.1.1. <i>Mouvements de translation rectiligne uniforme (MRU)</i>	2
II.1.2. <i>Mouvement de translation rectiligne uniformément varié (MRUV)</i>	3
II.1.3. <i>Exemple</i>	3
II.2. MOUVEMENT DE ROTATION AUTOUR D'UN AXE FIXE (CIRCULAIRE)	3
II.2.1. <i>Mouvement de circulaire uniforme (MCU)</i>	3
II.2.2. <i>Mouvement de circulaire uniformément varié (MCUV)</i>	4
II.2.3. <i>Exemple</i>	4

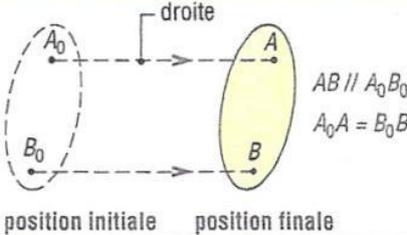
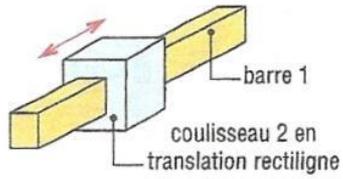
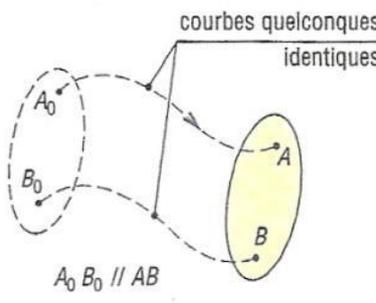
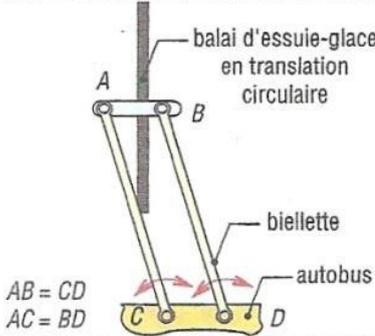
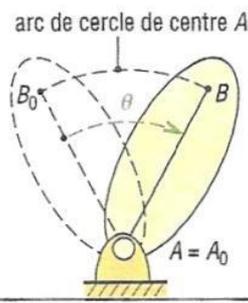
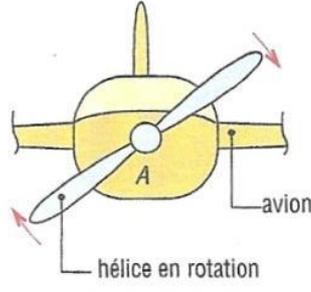
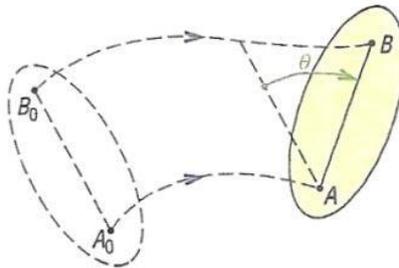
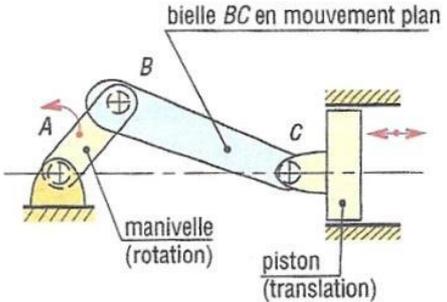
Les systèmes grand public et industriels 3D peuvent souvent être ramenés à une étude 2D. Cette simplification permet des résolutions de problèmes beaucoup plus simple et notamment graphique.

I. Généralités

Un solide est en mouvement plan lorsque tous les points de celui-ci se déplacent dans des plans parallèles à un plan de référence.

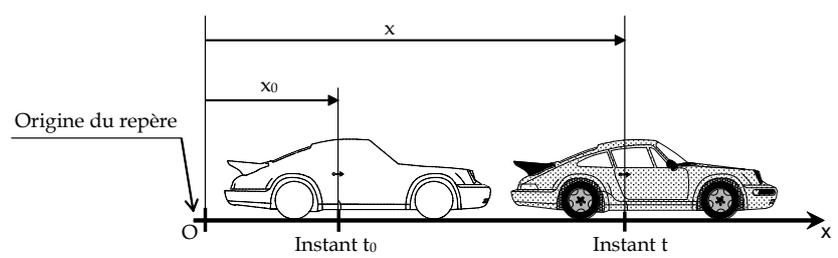
- Une translation plane et une rotation d'axe sont des mouvements plans particuliers.
- Un mouvement plan peut-être considéré comme l'addition d'une translation et d'une rotation.



Résumé des principaux types de mouvements plans		
Mouvements	Propriétés	Exemple
 Translation rectiligne	 <p>droite</p> <p>$AB \parallel A_0B_0$ $A_0A = B_0B$</p> <p>position initiale position finale</p>	 <p>barre 1</p> <p>coulisseau 2 en translation rectiligne</p>
 Translation curviligne	 <p>courbes quelconques identiques</p> <p>$A_0B_0 \parallel AB$</p>	 <p>balai d'essuie-glace en translation circulaire</p> <p>bielle</p> <p>autobus</p> <p>$AB = CD$ $AC = BD$</p>
 Rotation (d'axe fixe)	 <p>arc de cercle de centre A</p> <p>$A = A_0$</p> <p>θ</p>	 <p>avion</p> <p>hélice en rotation</p>
 Mouvement plan général	 <p>θ</p>	 <p>bielle BC en mouvement plan</p> <p>manivelle (rotation)</p> <p>piston (translation)</p>

II. Mouvements plan sur plan particuliers

II.1. Mouvements de translation



II.1.1. Mouvements de translation rectiligne uniforme (MRU)

C'est le mouvement le plus simple, sans accélération et avec une vitesse constante au cours du temps.

Equations de mouvement

$$a = 0$$

$$v = v_0 = \text{constante}$$

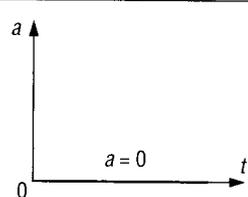
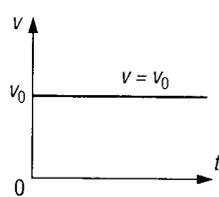
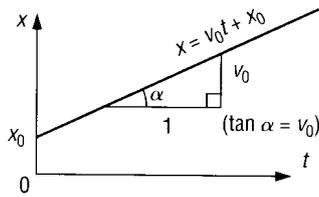
$$x = v_0 \cdot (t - t_0) + x_0$$

a : accélération

v : vitesse d'un point ($v_0 =$ vitesse initiale à $t = t_0$)

x : déplacement à l'instant t ($x_0 =$ position initiale à $t = t_0$)

Allure typique des graphes



II.1.2. Mouvement de translation rectiligne uniformément varié (MRUV)

Il sert de modèle à de nombreuses études simplifiées. Pour ces mouvements, accéléré ($a > 0$) ou décéléré ($a < 0$), **l'accélération a reste constante au cours du temps.**

Equations de mouvement

$$a = a_0 = \text{constante}$$

$$v = v_0 + a_0 \cdot (t - t_0)$$

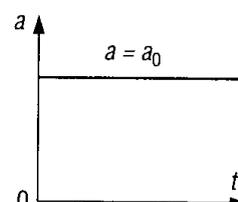
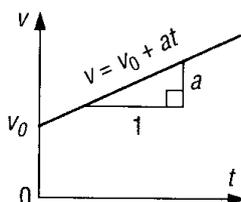
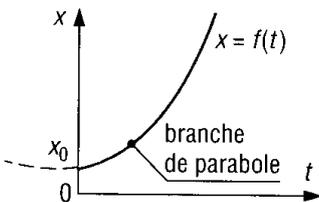
$$x = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \left(\frac{a_0}{2}\right) \cdot (t - t_0)^2$$

a : accélération

v : vitesse d'un point ($v_0 =$ vitesse initiale à $t = t_0$)

x : déplacement à l'instant t ($x_0 =$ position initiale à $t = t_0$)

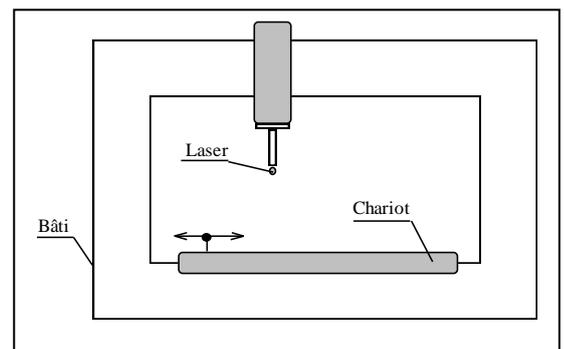
Allure typique des graphes



II.1.3. Exemple

Un chariot d'une machine pour découpage laser atteint la vitesse horizontale de 10 cm/s en 2 s . Le chariot évolue à vitesse constante pendant 8 s puis s'arrête en l'espace de 2.5 s . Les accélérations et décélérations sont supposées constantes.

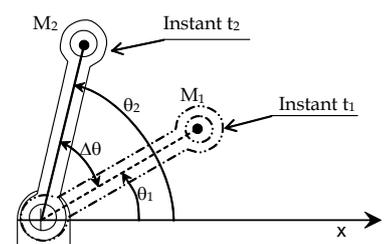
- Réaliser le graphe représentant l'évolution de la vitesse en fonction du temps :
- Déterminer les inconnues du mouvement (temps, position, vitesse, accélération) à l'instant initial et à l'instant final.
- Tracer les graphes $x = f(t)$, $V = g(t)$, $a = h(t)$



II.2. Mouvement de rotation autour d'un axe fixe (circulaire)

II.2.1. Mouvement de circulaire uniforme (MCU)

C'est le mouvement de rotation le plus simple, sans accélération ($\alpha=0$) et avec une **vitesse angulaire constante au cours du temps.**



Equations de mouvement

$$\alpha = 0$$

$$\omega = \omega_0 = \text{constante}$$

$$\theta = \omega_0 \cdot (t - t_0) + \theta_0$$

 α : accélération angulaire ω : vitesse d'un point (ω_0 = vitesse initiale à $t = t_0$) θ : déplacement à l'instant t (θ_0 = position initiale à $t = t_0$)**II.2.2. Mouvement de circulaire uniformément varié (MCUV)**

Pour ce mouvement, accéléré ($\alpha > 0$) ou décéléré ($\alpha < 0$), **l'accélération α reste constante au cours du temps.**

Equations de mouvement

$$\alpha = \alpha_0 = \text{constante}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha_0 \cdot (t - t_0)$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot (t - t_0) + (\alpha_0/2) \cdot t^2$$

 α : accélération angulaire ω : vitesse d'un point (ω_0 = vitesse initiale à $t = t_0$) θ : déplacement à l'instant t (θ_0 = position initiale à $t = t_0$)**Vitesse d'un point en mouvement de rotation par rapport à un axe fixe.**

➤ $T_{A \in S/R}$: Cercle de centre O de rayon OA

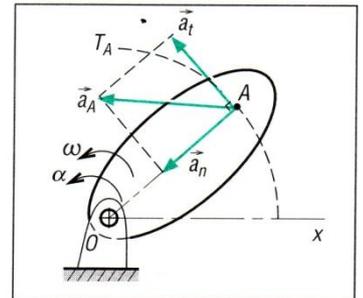
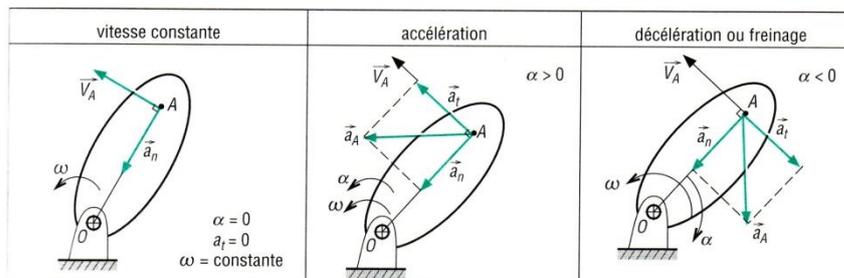
➤ $\vec{V}_{A \in S/R}$: - Tangent en A au cercle $T_{A \in S/R}$
- Dirigé suivant le sens du mouvement

L'intensité de $\vec{V}_{A \in S/R}$ est égale à : $\|\vec{V}_{A \in S/R}\| = \omega_{S/R} \cdot R_A$

Accélération d'un point en mouvement de rotation par rapport à un axe fixe.

Le vecteur accélération peut-être construit dans une base à partir de 2 composantes $\vec{a}_A = \vec{a}_t + \vec{a}_n$ avec :

- \vec{a}_t : accélération tangentielle portée par la tangente en A.
 - $\mathbf{a}_t = \alpha \cdot \mathbf{R} = \alpha \cdot \mathbf{OA}$ avec α accélération angulaire en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$
- \vec{a}_n : accélération normale perpendiculaire à \vec{a}_t et toujours dirigé vers la partie concave de la trajectoire.
 - $\mathbf{a}_n = \omega^2 \cdot \mathbf{R} = \frac{v^2}{R}$

**Différents cas :**

Remarque : Dans le cas d'une translation rectiligne, il n'y a pas d'accélération normale, le vecteur accélération est porté par la tangente au point considéré, à la trajectoire (comme le vecteur vitesse).

II.2.3. Exemple

Une turbine atteint la vitesse de 2500 tr/min en 5 minute avec une accélération constante.

- Donner la nature du mouvement.
- Donner son accélération angulaire.
- En déduire le nombre de tours qu'elle a effectués pendant la durée du démarrage.
- Déterminer la vitesse et l'accélération d'un point de la périphérie de la turbine ($R = 1,5 \text{ m}$) dans les 2 cas suivants :
 - En régime normal (2500 tr/min)
 - A l'instant $t = 4 \text{ min}$.